

© И. О. ШИЛОВ

АТТРАКТОРНЫЙ ПОДХОД К ИЗУЧЕНИЮ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ПОЛЕЙ

В последнее время все в большем числе исследований обнаруживается сложное поведение в системе океан—атмосфера, сочетающее в себе признаки детерминированной и хаотической динамики [9, 10, 26, 27].

При всей ее сложности и отличии от других систем различной природы (физических, технических, биологических, социальных) она характеризуется общими признаками, среди которых определяющими являются открытость, диссипативность и нелинейность [23].

Открытость системы означает наличие в ней обмена веществом и энергией с окружающей средой не только через границы системы, а также через объемные источники и стоки.

Диссипативность — означает наличие в ней рассеивающего, размывающего неоднородности фактора (теплопроводность, диффузия и т. д.).

Нелинейность выражается нелинейной зависимостью диссипирующего фактора от состояния среды. В такой среде действие нелинейных объемных источников и стоков создает и может усиливать ее неоднородность. Взаимодействие этих двух нелинейных факторов (с одной стороны, сглаживание неоднородностей благодаря диссипации, а с другой — их усиление объемными источниками и стоками) может приводить к локализации процессов на определенных участках среды, т. е. к возникновению *структур*.

Чтобы отразить влияние диссипации на формирование структур, И. Пригожин ввел понятие диссипативной структуры [17]. Действие стоков приводит к возникновению стационарных диссипативных структур (стоячие волны, ячейки Бенара), а действие источников — к нестационарным, диссипативным структурам (тепловые структуры, бегущие и спиральные волны, вихри).

Благодаря нелинейности в одной и той же среде без изменения ее параметров могут возникать разные структуры, но не произвольные структуры, а свойственные только этой среде.

В теоретических работах Лоренца [30] была показана возможность порождения сложной хаотической динамики даже достаточно простыми (при размерности фазового пространства, равного 3) динамическими системами. В физическом пространстве они обладают способностью порождать определенные диссипативные структуры.

Временные ряды, порождаемые диссипативными структурами, зачастую демонстрируют стремление системы выйти на определенный режим функционирования, который проявляется в виде аттрактора в фазовом пространстве.

Пожалуй, впервые на формирование аттракторов (хотя авторы называли его гистерезисом, что было более правильно при той постановке задачи) при параметризации тепловых потоков в сезонном цикле между океаном и атмосферой в энергоактивных зонах океанов было указано в работах Лаппо и Рождественского [13].

Исследование возможности формирования и эволюции пространственных структур, с одной стороны, и порождаемых ими временных рядов — с другой, на основе методов нелинейной динамики представляет суть предлагаемого **аттракторного подхода к исследованию гидрометеорологических процессов и полей**.

Остановимся подробнее на формировании временных аттракторов гидрометеорологических процессов. Отметим еще раз, что процессы в оболочках Земли по существу являются процессами в *открытых диссипативных, сильно неравновесных системах*, так как на верхнюю границу атмосферы постоянно поступает солнечная энергия, а через границы подсистем океан—атмосфера, океан—лед, атмосфера—суша постоянно происходит обмен импульсом, теплом и влагой [23]. Нелинейный характер подавляющего большинства гидрометеорологических процессов в настоящее время не вызыва-

ет сомнений и продемонстрирован в многочисленных публикациях [22, 24, 25]. Нелинейность проявляется в широком диапазоне временных и пространственных масштабов, демонстрируя динамику, включающую элементы хаоса, стохастичности и детерминированной ритмики. Указанные особенности гидрометеорологических процессов позволяют отнести их к классу *диссипативных нелинейных динамических систем*.

Для определения аттрактора, следуя [15], предположим, что $x_1, x_2 \dots x_n$ — скалярные величины, однозначно определяющие состояние динамической системы. Их часто называют переменными состояния. Они же могут быть выбраны в качестве координат N -мерного *фазового пространства* Θ динамической системы, которое называется пространством состояний.

Пусть автономная система описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\frac{dx}{dt} = F(x), \quad (1)$$

где $x(t)$ — N -мерный вектор состояния системы, $F(x)$ — векторная функция, отображающая N -мерное пространство в себя.

Задание оператора, определяющего изменение состояния динамической системы во времени $F(x)$, означает указание процедуры, выполняя которую можно по значению $x_0(t)$ в момент времени t_0 найти значение $x(t)$ в некоторый момент времени t .

Изменение состояния динамической системы во времени называется движением. Движению динамической системы отвечает перемещение соответствующей ее состоянию точки фазового пространства, описывающей при этом кривую, именуемую *фазовой траекторией*. Такую точку обычно называют изображающей.

Подход к анализу динамических систем, используемый ниже, предполагает, что математическую модель динамической системы составляют ее фазовое пространство и оператор эволюции состояния [6]. Исследование поведения динамической системы сводится при этом к изучению разбиения ее фазового пространства на области, различающиеся характером траекторий, и к выяснению зависимости структуры такого разбиения от значений параметров системы.

Иначе говоря, исследование поведения динамической системы сводится к изучению поведения траекторий в фазовом пространстве Θ . Структура разбиения пространства Θ на фазовые траектории называется *фазовым портретом* рассматриваемой динамической системы. С геометрической точки зрения под структурой разбиения фазового пространства на траектории понимается геометрическая картина взаиморасположения фазовых траекторий в пространстве Θ .

Полное описание фазового портрета для произвольной динамической системы представляет собой очень сложную и до сих пор не решенную задачу. Однако ряд основных особенностей этой структуры изучен, а для некоторых классов динамических систем (например, для систем Ван дер Поля, Энона, Лоренца, логистического отображения (отображения Ферхольста)) в настоящее время получено полное описание фазового портрета.

Основную роль в описании структуры фазового пространства динамической системы играет разделение фазовых траекторий на обыкновенные и особые. К последним относятся: особые точки, соответствующие состояниям равновесия или ее стационарным движениям; изолированные замкнутые траектории, называемые предельными циклами, которые соответствуют периодическим движениям; сепаратрисные кривые и поверхности, которые являются границами областей притяжения к различным устойчивым особым траекториям. Особые элементы фазового пространства Θ могут образовывать, вообще говоря, интегральные многообразия. Они разделяются на устойчивые, неустойчивые и седловые. Устойчивые состояния равновесия и периодические движения являются простейшими примерами установившихся движений [2].

Единственным источником информации о динамике гидрометеорологических процессов являются порождаемые ими временные ряды, на основе которых возможно построение «портрета» в фазовом пространстве, которое называется *реконструкцией* динамической системы.

Одна из проблем изучения гидрометеорологических процессов состоит в том, что исследуемые временные ряды являются отражением реальной системы, математическая модель которой априорно неизвестна и при этом неизвестна и размерность ее *фазового пространства* (количество переменных или независимых координат состояния системы).

На пути построения фазового портрета динамической системы необходимо решить целый ряд вопросов. Первый — это определение размерности *фазового пространства*, или *размерности вложения* m , характеристик, которые определяют наименьшее число независимых переменных, однозначно определяющих установившееся движение динамической системы.

Второй вопрос связан с определением формы фазового пространства. Для различного рода *диссипативных* динамических систем форма фазового пространства (или облако изображающих точек) имеет достаточно сложный вид — это различного вида **аттракторы**. Простые примеры аттракторов — это точка, характеризующая устойчивое состояние равновесия, и предельный цикл, отвечающий режиму периодических колебаний.

Нелинейные динамические системы, обладающие хаотической динамикой, характеризуются нерегулярным, хаотическим изменением динамических переменных во времени. В фазовом пространстве такая диссипативная система описывается *странным аттрактором* — притягивающим множеством в фазовом пространстве, в котором расположены хаотические траектории.

Основные математические подходы к исследованию свойств аттракторов развиты в теории нелинейных динамических систем и фрактальных множеств [1, 2, 14, 18]. Они представляют широкий набор методов, включая восстановление аттрактора в фазовом пространстве, вычисление показателей Ляпунова, обобщенных размерностей и энтропий.

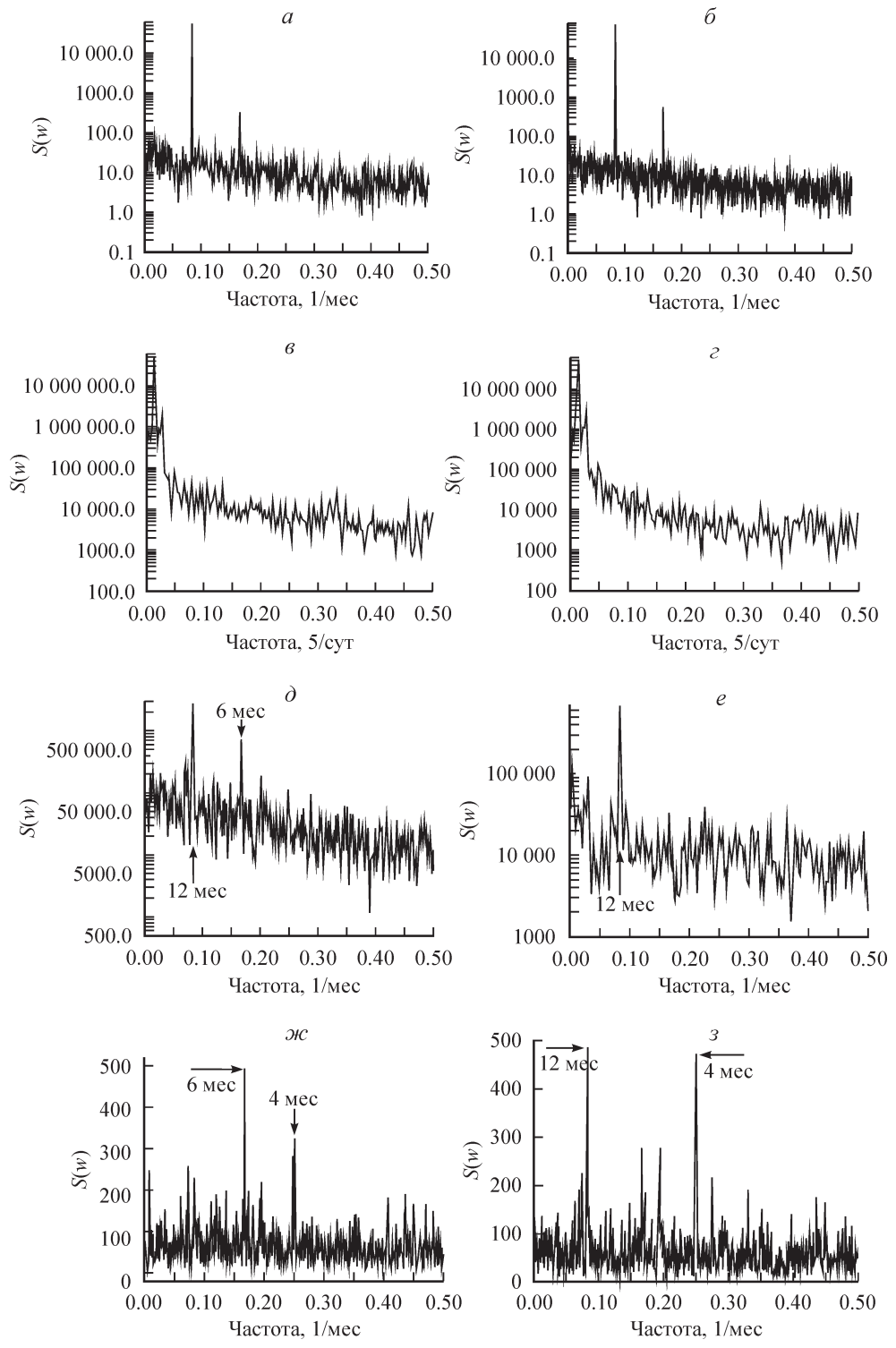
В настоящей работе предлагаемый аттракторный подход, базирующийся на теории нелинейных динамических систем, применялся для исследования роли нелинейных взаимодействий и хаотичной динамики (хаоса) в изменчивости гидрометеорологических процессов.

В работе использовались данные о температуре воздуха, атмосферного давления, стока рек, осадков, поставляемые Всемирной метеорологической организацией (WMO) и подробно описанные в работе [35]; температуре поверхности моря, поставляемой NOAA и уровенные наблюдения на гидрометпостах Международной службы PSMSL. Характеристики временных рядов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Основные характеристики временных рядов гидрометеорологических параметров

Временной ряд	Период наблюдений, годы	Дискретность наблюдений	Длина ряда	Источник
Температура воздуха (Хельсинки)	1851—1991	Месяц	1691	WMO
Температура воздуха (Стокгольм)	1756—1993	»	3047	»
ТПО (55.75° с. ш., 163.25° в. д.)	08.01.1990—17.11.1999	5 суток	720	NOAA
ТПО (57.75° с. ш., 165.25° в. д.)	08.01.1990—17.11.1999	» »	720	»
Уровень моря (Стокгольм)	1889—2009	Месяц	1452	PSMSL, National Oceanography Centre, UK
Уровень моря (Дублин)	1938—2001	»	768	То же
Атмосферное давление (Санкт-Петербург)	1822—2000	»	2148	WMO
Атмосферное давление (Осло)	1816—2000	»	2220	»
Осадки (Уппсала)	1890—2001	»	1344	»
Осадки (Турку)	1909—2005	»	1164	»
Речной сток (р. Нева), пост Новосаратовка	1859—1984	»	1494	»
Речной сток (р. Солберргрофф)	1902—1984	»	995	»
Речной сток (р. Иматра)	1847—1984	»	1656	»



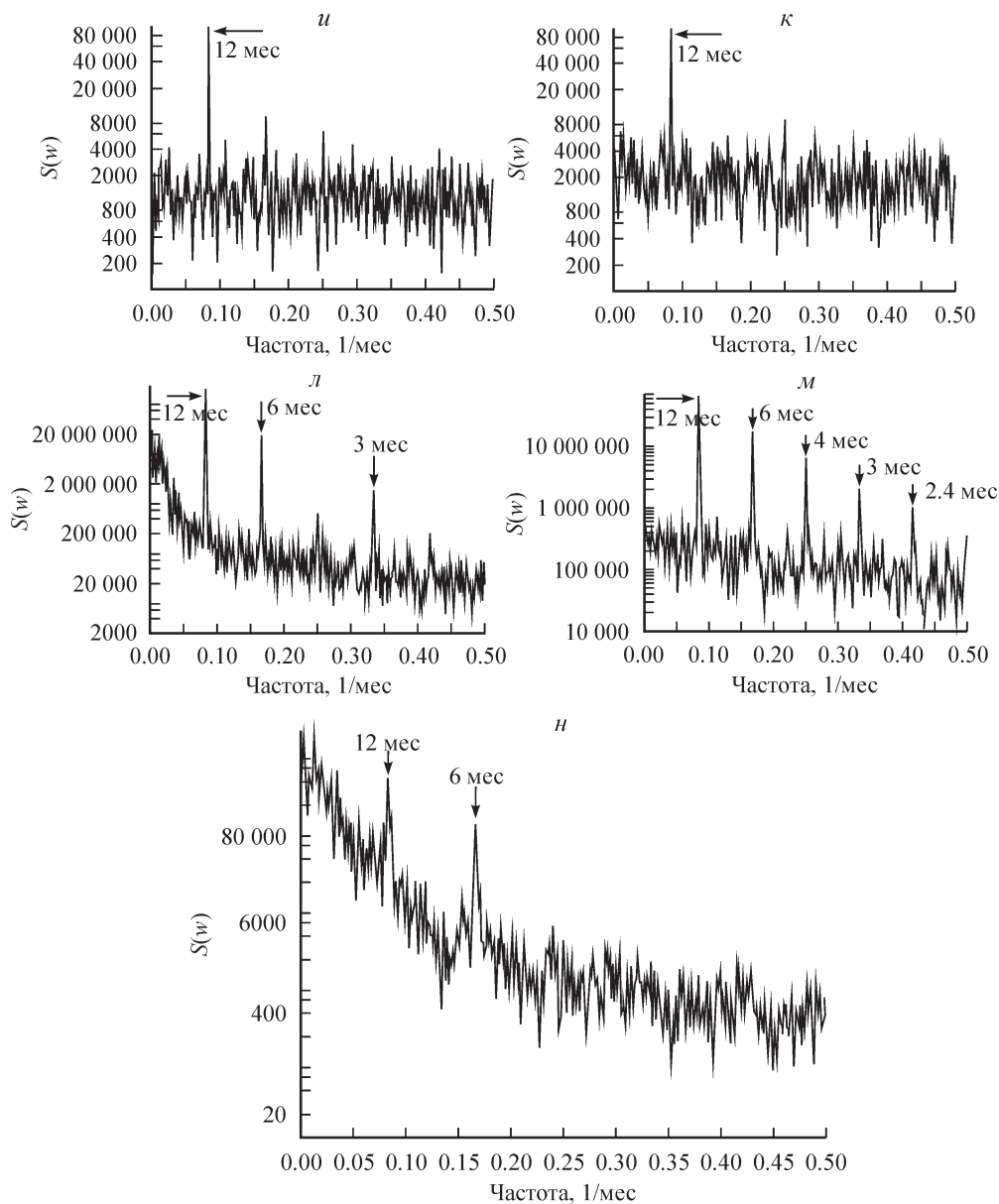


Рис. 1. Функция спектральной плотности для гидрометеорологических процессов.

a — температура воздуха (Хельсинки); *б* — температура воздуха (Стокгольм); *в* — ТПО в точке с координатами 55.75° с. ш., 163.25° в. д.; *г* — ТПО в точке с координатами 57.75° с. ш., 165.25° в. д.; *д* — уровень моря (Стокгольм); *е* — уровень моря (Дублин); *ж* — атмосферное давление (Санкт-Петербург); *з* — атмосферное давление (Осло); *и* — осадки (Уппсала); *к* — осадки (Турку); *л* — речной сток (р. Нева), пост Новосаратовка; *м* — речной сток (р. Солбергргофф); *н* — речной сток (р. Иматра).

Анализ функции спектральной плотности, рассчитанной в стационарном приближении, свидетельствует о полимодальности рассматриваемых процессов. Характерной чертой большинства спектров является доминирование сезонных колебаний с периодом 12 мес (рис. 1).

Наряду с годовым ритмом также хорошо выражены 6-месячные колебания. В некоторых случаях (особенно в спектрах временных рядов речного стока) спектры имеют

полимодальный вид, характеризующийся наличием субгармоник годового цикла более высокого порядка. В высокочастотной области (на масштабах меньше сезонных колебаний) спектры имеют вид, соответствующий «цветному» шуму.

Следует отметить, что сезонная ритмика, присутствующая практически во всех природных процессах, казалось бы, является примером абсолютно детерминированного процесса. Однако как амплитуда, так и фаза годовых колебаний существенно меняются в пространстве и во времени. Статистический подход связывает этот факт с присутствием стохастичности в причинах, порождающих ее. Нелинейная динамика рассматривает неустойчивость сезонной ритмики как внутреннее свойство самой динамической системы.

Для выявления особенностей сезонной ритмики применяются различные подходы [3–5, 7, 8, 11, 21]. Возможно, наиболее эффективным при исследовании данных колебаний в гидрометеорологических временных рядах оказался корреляционно-спектральный анализ в ПКСП приближении [19, 20]. Однако ПКСП метод также не позволяет описать всю сложность сезонной ритмики, так как основан на линейных преобразованиях временных рядов.

С позиций нелинейных динамических систем неустойчивость сезонной ритмики можно рассматривать как проявление хаотичности в детерминированном сигнале, которая порождает особый тип фазового пространства, свойственного таким системам и имеющего вид *странного аттрактора*. Его размерность и свойства определяют сложность нелинейной динамической системы.

Указанные особенности функций спектральной плотности определяют сложный характер фазовой картины исследуемых процессов, сочетающих детерминированную и хаотическую составляющие, и их можно рассматривать как реализации *маломодовой нелинейной динамической системы с хаосом*.

Для построения фазовой картины (реконструкции фазовой траектории) динамической системы, порождающей исследуемые временные ряды, используем процедуру вложения. Основанием для такого подхода является теорема Такенса, в которой была доказана возможность восстановления (реконструкции) фазового портрета аттрактора по временному ряду [14].

В теореме Такенса [31] говорится, что практически для всех состояний переменной $x(t)$ и для каждого временного интервала τ траектория в m -мерном пространстве может быть построена с использованием измеренных значений $[x(kt_s), k = 1, 2 \dots N]$ группировкой m значений в m -мерные векторы:

$$X_k^m = [x(kt_s), x(kt_s + \tau) \dots x(kt_s + (m-1)\tau)], \quad (2)$$

где t_s — интервал дискретизации, через который берутся значения переменной. Для N измерений число векторов равно $M = N - (m - 1) \tau$. Такое построение дает множество точек $X^{(m)} = (x_k^m, k = 1, 2 \dots N - m)$ во вложенном пространстве R^m , которое представляет псевдоаттрактор.

Внедренная размерность m и время задержки τ — это параметры, необходимые для корректной реконструкции аттрактора.

При выборе значения τ используют идею о том, что если точки, образующие временной ряд, будут независимы друг от друга, то реконструированные векторы уравнения (2), используемые для восстановления фазового портрета аттрактора по временному ряду, будут нести в себе наибольшее количество информации об исследуемом ряде. Поэтому выбор задержки по времени сводят к выбору значения τ таким образом, чтобы корреляция между x_n и x_{n-1} членами временного ряда была по возможности минимальна.

Для этого возможно использовать автокорреляционную функцию. Временную задержку определяют из графика как значение, при котором автокорреляционная функция спадает до $1/e$ от искомой величины либо по первому пересечению графиком автокорреляционной функции оси абсцисс [12]. Понятно, что малые задержки дают строго коррелированные векторы, большие — напротив, полностью некоррелированные, так что данные кажутся расположенными случайно в фазовом пространстве.

Другой способ определения времени задержки при реконструкции аттрактора состоит в вычислении *взаимной информации*. Преимущество этого метода состоит в том, что он позволяет учитывать также и нелинейные корреляции, присутствующие во временном ряду.

Взаимная информация I_τ определяет, насколько неопределенность измерения $x(t + \tau)$ уменьшается, если известно измерение $x(t)$, т. е. взаимная информация эквивалентна среднему количеству информации, которое состояние $x(t)$ содержит о состоянии $x(t + \tau)$. (Отметим, что взаимная кросс-информация, которая вычисляется для двух разных реализаций, представляет собой кросс-энтропию Шеннона).

Оценку величины взаимной информации можно получить из следующего выражения [10]:

$$I_m = \sum_i p_{x(t)}(x(t)) \log p_{x(t)}(x_i(t)) + \sum_{i,j} p_{x(t)x(t+\tau)}(x_i(t), x_j(t+\tau)) \log [p_{x(t)x(t+\tau)}(x_i(t), x_j(t+\tau)) / p_{x(t)}(x_i(t))] \quad (3)$$

или

$$I_m = -\sum_i p_k(x_k)_i \log p_k(x_k)_i + \sum_{i,j} p_{k,k+1}((x_k)_i, (x_{k+1})_i) \log \left[\frac{p_{k,k+1}((x_k)_i, (x_{k+1})_i)}{p_k(x_k)_i} \right], \quad (4)$$

где p — плотность вероятности.

Среднюю взаимную информацию можно вычислить по следующему выражению:

$$I(\tau) = \sum_{i,j} p_{i,j}(\tau) \ln \frac{p_{i,j}(\tau)}{p_i p_j}, \quad (5)$$

где $p_{i,j}(\tau)$ — совместная вероятность появления точек в фазовом пространстве с задержкой τ .

Значение задержки по времени τ выбирается по шкале абсцисс при достижении первого минимума кривой, характеризующей значения средней взаимной информации [12, 14].

Оптимальное время задержки, определенное из анализа графиков корреляционной функции и средней взаимной информации, представлено в табл. 2.

Следует учитывать, что при очень малых значениях τ образ реконструированного аттрактора как бы спрессован вдоль главной диагонали (линии идентичности [12]) в псевдопространстве. Из-за этого возникают ложные соседи в реконструкции [14] и становится проблематичным исследование деталей аттрактора на малых масштабах. Более того, экспериментально установлено, что при небольших значениях τ , i -ая и $(i + 1)$ координаты точки в реконструкции практически не различимы [2].

При больших значениях τ образ аттрактора растягивается в пространстве и складывается на некоторых масштабах. При этом на этих масштабах исследоваться будет не структура множества точек аттрактора, а полученных складок. На соседних складках тоже возникают ложные соседи, и реконструкция выглядит как объект существенно большей размерности, чем на самом деле. Вследствие этого восстановленный аттрактор не будет отражать истинной динамики исследуемой системы [14].

Внедренная размерность, или *размерность аттрактора* m , является наиболее широко распространенной величиной, используемой для описания хаотической динамики временных рядов. Она характеризует сложность аттрактора или, другими словами, характеризует число степеней свободы временного ряда, т. е. позволяет определить минимальное количество динамических переменных, которое должна включать соответствующая математическая модель временного ряда, или хотя бы дать оценку этой величины. Важность размерности определяется тем, что она является одной из немногих характеристик, которую можно оценить по временному ряду, получая, таким образом, информативную характеристику исследуемой системы непосредственно по статистическим данным.

Таблица 2
Оценки оптимальной временной задержки τ и внедренной размерности m при реконструкции аттрактора

Временной ряд	Оптимальная задержка (по автокорреляционной функции)	Оптимальная задержка (по функции взаимной информации)	Размерность (максимальная) методом «ложных соседей»	Корреляционная размерность
Температура воздуха (Хельсинки)	3	2	3	4.263
Температура воздуха (Стокгольм)	3	2	3	3.642
ТПО (55.75° с. ш., 163.25° в. д.)	10	9	4	2.732
ТПО (57.75° с. ш., 165.25° в. д.)	10	9	4	1.933
Уровень моря (Стокгольм)	3	3	4	7.852
Уровень моря (Дублин)	4	4	8	6.647
Атмосферное давление (Санкт-Петербург)	1	2	11	8.026
Атмосферное давление (Осло)	2	2	8	8.006
Осадки (Уппсала)	3	2	6	6.829
Осадки (Турку)	3	2	8	7.244
Речной сток (р. Нева), пост Новосаратовка	4	3	4	3.591
Речной сток (р. Солбергргофф)	3	2	5	3.335
Речной сток (р. Иматра)	6	10	7	5.731

Для оценки внедренной размерности m используется несколько подходов [12, 14, 33]. Во-первых, вычисляя процент «ближайших соседей» (точек на смежных орбитах аттрактора). Процедура нахождения ближайших «ложных соседей» — это метод нахождения оптимальной (минимально необходимой) внедренной размерности для реконструкции фазового пространства. Во-вторых, вычисляя корреляционную размерность (корреляционный интеграл), используя алгоритм Грассерберга—Прокаччия и оценивая внедренную размерность с использованием *теоремы о вложении* (Мане).

Под «ложными ближайшими соседями» понимаются пары векторов, которые оказываются близкими в реконструкции, но их прообразы в действительности находятся далеко. Допустим, что $Y_i^{(m)}$ и $Y_j^{(m)}$ — два «близких соседа» в реконструкции размерности m , а $Y_i^{(m+1)}$ и $Y_j^{(m+1)}$ соответствуют им в реконструкции размерности $m+1$. Если это действительно «близкие соседи», то они, как правило, близки в их реконструкциях. В то же время, если «соседи», близкие в реконструкции m ($\|Y_i^m - Y_j^m\|$ — мало), становятся отдаленными в реконструкции $m+1$ ($\|Y_i^{m+1} - Y_j^{m+1}\|$ — велико), то они называются ложными «ближайшими соседями». Если увеличивать m и оценивать количество «ближайших ложных соседей», то при достижении нужной размерности, при которой достигается правильная реконструкция, это количество резко уменьшается, т. е. по уменьшению количества «ближайших ложных соседей» находят минимальное значение величины m . По этому критерию «ближайший ложный сосед» — это точка, для которой выполняется следующее условие:

$$\left[\frac{R_{m+1}^2(t, \tau) - R_m^2(t, \tau)}{R_m^2(t, \tau)} \right]^{1/2} = \frac{|x(t+\tau) - x(t_\tau + \tau)|}{R_m(t, \tau)} > R_{tol}, \quad (6)$$

где t и t_τ — время, соответствующее соседней точке и точке отсчета, R_m — расстояние в фазовом пространстве с внедренной размерностью m и R_{tol} — порог точности.

Однако критерий сам по себе не является достаточным для определения размерности внедренного пространства. Проблема в том, что точка может являться «ближай-

шим соседом» другой точки, на самом деле располагаясь не обязательно близко от нее, т. е. число «ближайших соседей» будет увеличиваться для больших значений размерности. Для решения этой проблемы используется так называемый «критерий одиночества», который задается порогом точности.

Процент «ближайших ложных соседей» в зависимости от внедренной размерности представляет собой спадающую зависимость. Оптимальная внедренная размерность может быть определена уже на уровне 30 % [12].

Оценки, полученные методом «ложных ближайших соседей» дают оценку «снизу» размерности лагового пространства, необходимого для корректной реконструкции фазового пространства.

Обобщая вышесказанное, следует отметить, что исчерпывающих критериев качества реконструкции аттрактора на сегодняшний день не существует. Выбор этих параметров определяется спецификой решаемой задачи [32, 34, 36].

По выводам, полученным в работе [31], оптимальный выбор τ должен быть таким, чтобы интервал $m \cdot \tau$ соответствовал характерному масштабу процесса.

Утверждается, что размерность сложных процессов обычно находится в пределах от $m = 3$ до $m = 6$.

Второй подход при вычислении размерности фазового пространства основан на том, что, как отмечалось в работах [6, 14, 15], аттракторы временных рядов реальных систем часто принадлежат к классу объектов, обладающих фрактальной размерностью, т. е. дробной, нецелой размерностью, в отличие от объектов, содержащих периодическую динамику и имеющих целочисленную размерность аттрактора. Дробная размерность фазового пространства исследуемой системы означает наличие хаотической динамики временных рядов, т. е. характеризует сложность аттрактора.

Одной из важнейших характеристик, позволяющих, с одной стороны, получить величину размерности фазового пространства, а с другой — оценить сложность реконструированного аттрактора, построенного методом задержек по временному ряду, является *корреляционная размерность* [14].

Корреляционная размерность D_2 на основе экспериментальных данных может быть оценена по следующей формуле [12]:

$$D_2 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log C(\epsilon)}{\log \epsilon}, \quad (7)$$

где $C(\epsilon)$ — *корреляционный интеграл*, определяющий относительное число пар точек аттрактора, находящихся на расстоянии, не большем ϵ :

$$C(\epsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i,j=1}^N \theta(\epsilon - r(x_i, x_j)), \quad (8)$$

где θ — ступенчатая функция Хевисайда, r — расстояние между точками аттрактора, N — число точек x_i на аттракторе.

Алгоритм расчета, по выражению (8), состоит в следующем (алгоритм Грассбергера—Прокаччия [14]): откладывая полученную зависимость на графике в координатах $\log(\epsilon)$, $\log(C(\epsilon))$ и отыскивая на ней линейный участок по тангенсу угла наклона линейного участка, определяют величину D_2 . Так как временные ряды представляют собой совокупность статистических данных, вследствие чего не известна размерность их фазового пространства, а известна только информация об одной координате точек на аттракторе, то расчет значений *корреляционного интеграла* производят для нескольких размерностей фазового пространства $m = 1, 2, 3, \dots$, получая зависимость $D_2(m)$.

Наличие или отсутствие *насыщения корреляционного интеграла* при увеличении m рассматривается как критерий: генерируется сигнал динамической системой или является шумовым.

Если система детерминистическая с малой размерностью, то при некоторой m корреляционная (фрактальная) размерность $D_2(m)$ так же, как корреляционный интеграл,

стабилизируется на некотором определенном значении (меньшем m). Наибольшая фрактальная размерность $D_2(m)$, $m = 1, 2 \dots$, полученная таким путем, определяет достаточное число (нелинейных) степеней свободы (число зависимых переменных) исследуемой динамической системы, т. е. если наблюдается насыщение на некотором уровне D_2 , то эту величину принимают в качестве оценки корреляционной размерности, а соответствующее значение m считают размерностью вложения (внедренной).

Оценить график корреляционного интеграла и выявить интервал линейности удастся не всегда. Наличие шумов и погрешностей измерений вносит искажения в области малых ϵ . Отклонение графика от прямой в области малых ϵ связано с недостаточным количеством точек измерений, а в области больших ϵ элементы покрытия становятся слишком большими, сравнимыми с размерами аттрактора.

Отсутствие единого линейного участка на графике корреляционного интеграла можно рассматривать как свидетельство того, что система, возможно, состоит из подсистем, каждая из которых характеризуется своим участком кривой, и происходящие в подсистемах процессы имеют различные масштабы [12].

Для увеличения интервала линейности и получения «хороших» графиков необходимо использовать длинные временные реализации, причем тем длиннее, чем больше внедренная размерность. Было получено, что оценить максимальную величину размерности D_{\max} по реализации из M точек можно исходя из соотношений $M > 10^{D/2}$ или $D_{\max} \cong 2 \lg M$ [28, 29].

Для рассматриваемых временных рядов был рассчитан корреляционный интеграл, который демонстрировал насыщение при увеличении размерности вложения m , что свидетельствует об их динамической (а не шумовой) природе. Величина корреляционной размерности и оценки размерности фазового пространства, полученные на ее основе, представлены в табл. 3.

Размерности фазового пространства, полученные на основе корреляционного интеграла исследуемых временных рядов, лежат в основном в интервале от 3 до 8, подтверждая возможность описания исследуемых гидрометеорологических процессов с позиций нелинейных динамических систем невысокой размерности. То, что размерность фазового пространства для всех исследуемых процессов превышает $m = 3$, свидетельствует о возможности возникновения хаотичной динамики.

На рис. 2 представлены отображения реконструированных аттракторов на плоскость для исследуемых временных рядов.

Вид приведенных на рис. 2 фазовых траекторий свидетельствует о формировании аттрактора (а не предельного цикла, как в случае чисто детерминированного сигнала)

Таблица 3
Оценки корреляционной энтропии

Временной ряд	Корреляционная энтропия	Размерность фазового пространства (по корреляционной энтропии)
Температура воздуха (Хельсинки)	5.828	4
Температура воздуха (Стокгольм)	5.472	≥ 5
ТПО (55.75° с. ш., 163.25° в. д.)	4.860	2
ТПО (57.75° с. ш., 165.25° в. д.)	4.514	≥ 3
Уровенные наблюдения (Стокгольм)	2.296	≥ 15
Уровенные наблюдения (Дублин)	2.847	≥ 9
Атмосферное давление (Санкт-Петербург)	3.788	6
Атмосферное давление (Осло)	3.886	7
Осадки (Уппсала)	4.730	4
Осадки (Турку)	3.146	8
Речной сток (р. Нева), пост Новосаратовка	4.593	≥ 5
Речной сток (р. Солбергргофф)	3.355	5
Речной сток (р. Иматра)	5.180	4

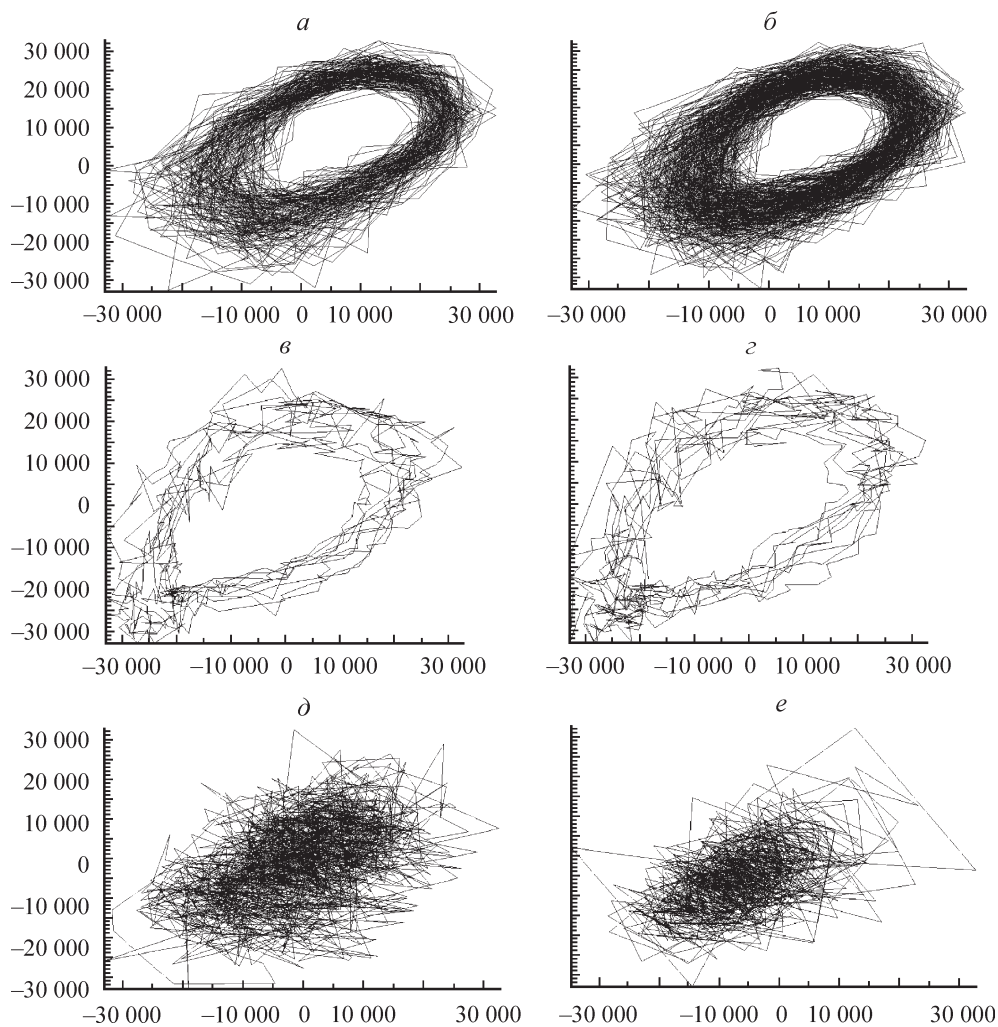


Рис. 2. Реконструированные аттракторы.

a — температура воздуха (Хельсинки) при $\tau = 2$; *b* — температура воздуха (Стокгольм) при $\tau = 2$; *в* — ТПО в точке 57.75° с. ш., 165.25° в. д. при $\tau = 10$; *г* — ТПО в точке 55.75° с. ш., 163.25° в. д. при $\tau = 10$; *д* — уровень моря наблюдения (Стокгольм) при $\tau = 3$; *e* — уровень моря (Дублин) при $\tau = 1$.

для большинства рассматриваемых гидрометеорологических процессов. Наиболее выраженные аттракторы сформированы временными рядами, в которых доминирует годовая ритмика (это характерно для временных рядов температуры воздуха).

Для каждого из гидрометеорологических процессов формируется свой тип аттрактора. Временный ряд температуры воздуха, как уже отмечалось, формирует хорошо выраженный аттрактор (рис. 2, *a*, *b*), так же как и временные ряды температуры поверхности океана (ТПО) (рис. 2, *в*, *г*). Отсутствие «плотной упаковки» у аттрактора, сформированного данным ТПО, связано, вероятно, с не оптимальной для построения дискретностью и длиной ряда.

Отличный от временных рядов температуры воздуха сформирован аттрактор временных рядов речного стока. Несмотря на очевидную его зашумленность, можно видеть, что он обладает определенной структурой (рис. 2, *л*, *м*). Подобная структура (как на рис. 2, *м*) просматривается у аттракторов временных рядов осадков (рис. 2, *и*, *к*). Хаотичность фазовой структуры временного ряда речного стока r . Иматра (рис. 2, *н*)

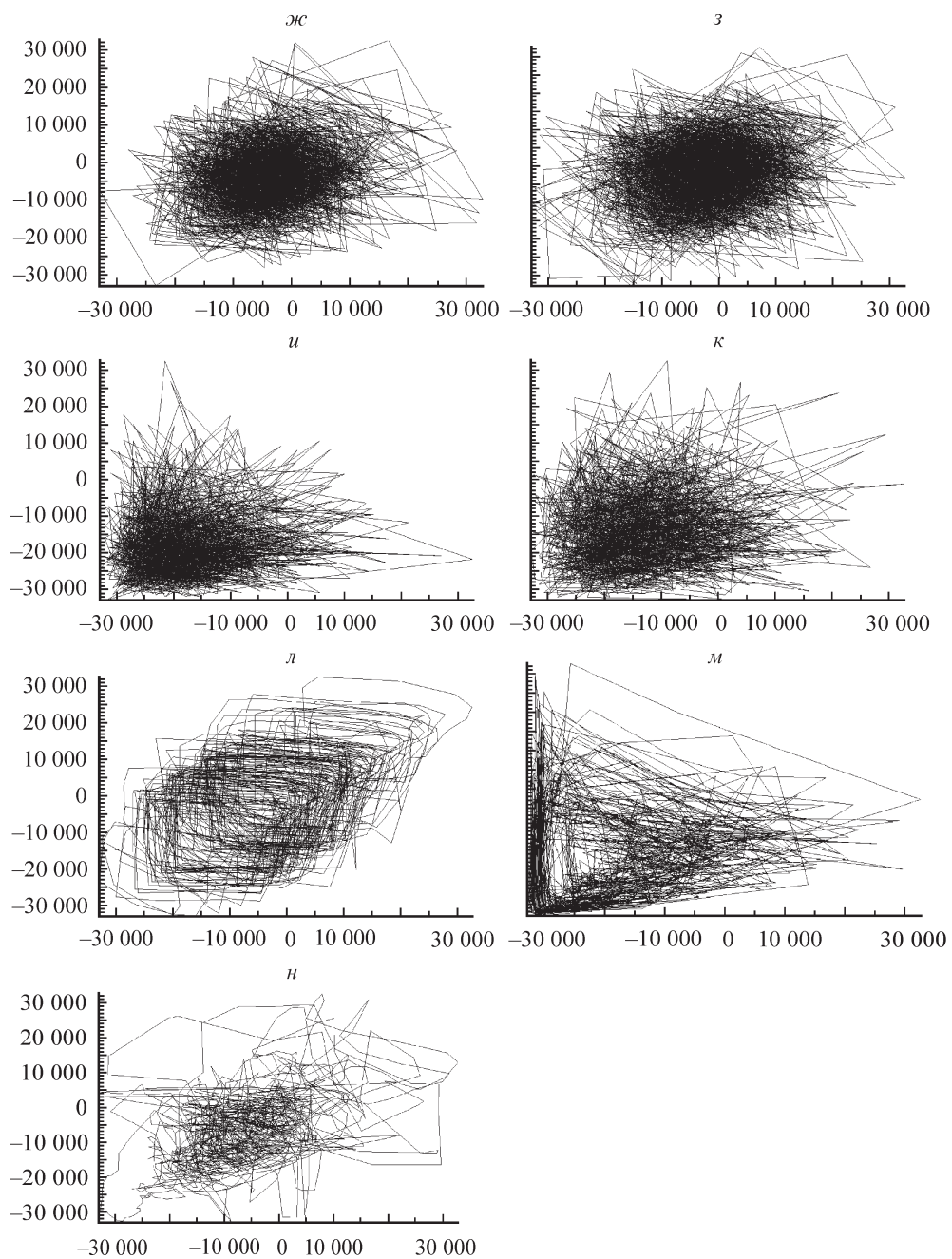


Рис. 2 (продолжение).

ж — атмосферное давление (Санкт-Петербург) при $\tau = 1$; з — атмосферное давление (Осло) при $\tau = 1$; и — осадки (Уппсала) при $\tau = 2$; к — осадки (Турку) при $\tau = 2$; л — речной сток, р. Нева (пост Новосаратовка) при $\tau = 3$; м — речной сток р. Солберггрофф при $\tau = 3$; н — речной сток р. Иматра при $\tau = 6$.

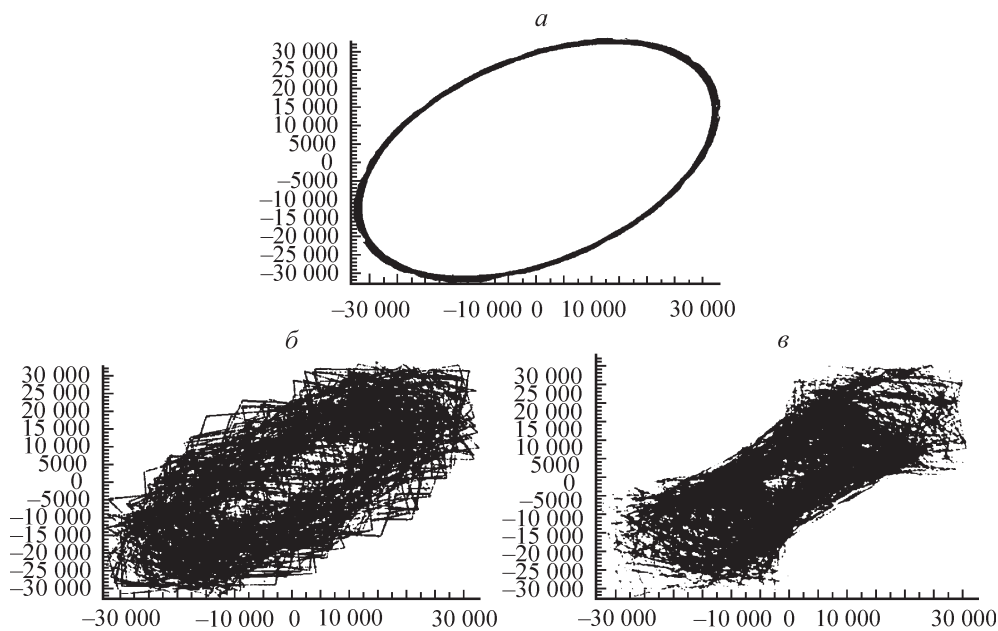


Рис. 3. Влияние шумов на вид реконструированного аттрактора.

a — аттрактор модельного временного ряда с несущей частотой годового периода и единичной амплитудой; *b* — аттрактор временного ряда с аддитивным шумом; *c* — аттрактор временного ряда с мультипликативным шумом.

свидетельствует об отсутствии доминирующих колебаний, которые, хотя и присутствуют в спектре (рис. 1, *н*), но не превышают уровня шума.

Сложно говорить об упорядоченности фазовой структуры временных рядов уровней наблюдений (рис. 2, *д*, *е*) и атмосферного давления (рис. 2, *ж*, *з*). Возможно, это связано с высоким уровнем зашумленности сигнала, с одной стороны, и полициклическости процессов, приводящей к нелинейным взаимодействиям между модами колебаний, — с другой.

Следует отметить, что помехи и шумы в исследуемых временных рядах отражаются на фазовом портрете как размытость траекторий, смещение положения петель, несимметричность формы аттрактора (рис. 3).

Обобщая, отметим, что вид аттракторов, представленных на рис. 2, соответствует определению «странного аттрактора». Построенные аттракторы свидетельствуют о присутствии динамического хаоса в рассматриваемых динамических системах, в которых определяющими колебаниями является сезонная ритмика.

Фазовые траектории, представленные на рис. 2, а также предварительные оценки такой величины, как корреляционная размерность, свидетельствуют о сложности реконструированных аттракторов, которые имеют дробную (фрактальную) размерность (см. табл. 2).

Более детально свойства аттрактора возможно оценить используя такие характеристики, как корреляционная энтропия и показатели (экспоненты) Ляпунова.

Для численной оценки меры хаотичности временных рядов проведен расчет корреляционной энтропии и показателей Ляпунова.

Оценку корреляционной энтропии возможно получить через расчет корреляционного интеграла. Однако строгого доказательства, что корреляционный интеграл имеет отношение к энтропии K_q , нет, но можно ожидать, что при малых значениях ε и больших m будет выполняться следующее выражение [12]:

$$\log C_q \cong D_q \log \varepsilon - K_q m \tau, \quad (9)$$

где C_q — корреляционный интеграл порядка q , D_q — размерность порядка q , K_q — энтропия порядка q .

Следовательно, фиксируя в выражении (9) масштаб ε и исследуя зависимость от m , можно оценить энтропию временного ряда порядка K_q . Соотношение (9) позволяет делать не только количественные, но и качественные выводы. Согласно ему, если временной ряд хаотический, то при увеличении m график корреляционных сумм должен проходить все ниже и ниже. По этому признаку уже можно сделать вывод о хаотичности системы.

Ограничиваясь только случаем, когда $q = 2$ (корреляционная энтропия), можно переписать соотношение (9) в несколько ином виде:

$$C(\varepsilon, m) \sim \varepsilon^{D_2} \exp(-K_2 m), \quad (10)$$

где D_2 — корреляционная размерность.

Разрешив (10) относительно K_2 , получим выражение для нижней оценки энтропии Колмогорова—Синяя, которая может быть оценена посредством суммы положительных показателей Ляпунова, выраженных через корреляционный интеграл:

$$K_2(\varepsilon, m) \leq \ln \left(\frac{C(\varepsilon, m)}{C(\varepsilon, m+1)} \right). \quad (11)$$

Выражение (11) характеризует среднюю скорость потери информации временным рядом при увеличении размерности фазового пространства и является количественной характеристикой степени хаотичности ряда, т. е. позволяет вычислять численное значение энтропии. Если энтропия достигает нуля, то система становится полностью предсказуемой. Так будет в случае регулярных динамических процессов. Для случайных процессов энтропия неограниченно велика. Энтропия системы в режиме странного аттрактора положительна, но имеет конечное значение.

Расчет корреляционной энтропии показал, что с ростом размерности фазового пространства m значения корреляционной энтропии для всех временных рядов монотонно снижаются и стремятся к предельным значениям, которые характеризуют степень хаотичности. Полученные оценки, представленные в табл. 3, свидетельствуют, что временные ряды находятся в режиме *странного аттрактора*, а присутствующий во временных рядах хаос является *слабо детерминированным*.

Наиболее важными показателями наличия хаотичности в исследуемых временных рядах являются *экспоненты Ляпунова (или показатели Ляпунова)* [12]. Это связано с тем, что одной из особенностей хаотических временных рядов является неустойчивость траекторий, принадлежащих хаотическому аттрактору.

Количественной мерой неустойчивости являются так называемые характеристические показатели Ляпунова. Они позволяют получить количественные оценки фрактальной размерности аттрактора, энтропии системы, характерное время предсказуемости поведения системы.

Экспоненты Ляпунова характеризуют траекторию с точки зрения поведения соседних траекторий, располагающихся в ее окрестности, и являются мерой того, как быстро расходятся траектории очень близких точек в фазовом пространстве.

Пусть $x(t)$ — некая фазовая траектория динамической системы, т. е. решение системы, записанное уравнением (1), а $y(t) = x(t) + \tilde{x}(t)$ — близкая траектория для немного отличных начальных условий. Эволюция малого возмущения \tilde{x} в линейном приближении описывается уравнением:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = A\tilde{x}, \quad (12)$$

где A — матрица, составленная из частных производных векторной функции $F(x)$ уравнения (1).

Для любого решения уравнения (12) \tilde{x} существует *характеристический показатель Ляпунова* — вещественное число, отличное от $\pm\infty$, определяемое как верхний предел:

$$\lambda_{\tilde{x}(t)} = \overline{\lim}_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \ln \|\tilde{x}(T)\|. \quad (13)$$

Показатель Ляпунова линейной комбинации двух решений $\tilde{x}_1(t)$ и $\tilde{x}_2(t)$ меньше или равен большему из показателей этих двух решений, т. е.

$$\lambda_{C_1\tilde{x}_1 + C_2\tilde{x}_2} \leq \max(\lambda_{\tilde{x}_1}, \lambda_{\tilde{x}_2}). \quad (14)$$

Если имеется N (по размерности фазового пространства) линейно независимых решений уравнения (12) $\tilde{x}_i(t)$ (фундаментальная система решений), то существуют N показателей Ляпунова, нумеруемых в порядке убывания: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N$. Наибольшее из этих чисел λ_1 называют *старшим показателем Ляпунова*.

Устойчивость решений, по Ляпунову, для нелинейной системы уравнений (1) означает следующее: для каждой траектории $x(t)$ уравнение (12) даст определенный спектр показателей Ляпунова. Присутствие в этом спектре показателя λ означает, что существует такое возмущение исходной траектории, которое эволюционирует во времени, как $\exp(\lambda t)$ (пока амплитуда мала и оправдано использование линейного приближения). Следовательно, наличие в спектре хотя бы одного положительного показателя означает неустойчивость рассматриваемой фазовой траектории. Если все показатели отрицательны, то это говорит об асимптотической устойчивости траектории. Если старший показатель нулевой, то это может свидетельствовать о недостаточности линейного анализа для заключения об устойчивости или неустойчивости траектории по Ляпунову. Таким образом, области хаотической динамики легко распознаются по положительному максимальному показателю Ляпунова. Следует отметить, что показатели Ляпунова обладают инвариантностью по отношению к начальным условиям.

С помощью показателей Ляпунова можно оценить хаотичность системы относительно единичной траектории, которая описывает динамику диссипативной системы, если аттрактор представляет собой состояние равновесия или предельный цикл. Аттрактор же в основном имеет сложную природу и состоит из множества траекторий. Однако, в соответствии с эргодической мультипликативной теоремой В. И. Оселедда типичная взятая произвольно траектория на аттракторе с единичной вероятностью будет иметь спектр показателей Ляпунова, характерный для аттрактора в целом [16].

Спектр показателей Ляпунова, т. е. набор чисел $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$, рассматривают как характеристику линейной системы уравнений (12), а не какого-то одного решения $\tilde{x}(t)$, поскольку он не зависит от выбора фундаментальной системы $\{\tilde{x}_i(t)\}$. Для любого решения $\tilde{x}(t)$ показателем Ляпунова будет одно из чисел $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$.

Аттрактору в фазовом пространстве размерности m будет соответствовать набор из m знаков, называемых сигнатурой спектра Ляпунова.

С помощью одномерной экспериментально полученной записи реализации процесса возможно вычислить экспоненты Ляпунова, используя различные процедуры [1, 36, 37].

В настоящей работе для оценки показателей Ляпунова использовалась процедура, предложенная в [36].

Критерий хаоса, в терминах показателя Ляпунова, исходя из использованной процедуры имеет следующий вид: $\lambda_1 > 0$ — хаотическое движение, $\lambda_1 \leq 0$ — регулярное движение.

Метод оценки экспоненты Ляпунова из временных рядов, предложенный в [36], прост, быстр и устойчив к изменениям параметров, таких как внедренная размерность, размер выборки данных, время задержки и уровень шума.

Однако процедура оценки показателей Ляпунова требует еще большего объема данных, нежели вычисление корреляционной размерности. Если для адекватной оценки размерности нужно M отсчетов, то для оценки показателей Ляпунова в той же ситуации — порядка M^2 отсчетов [28].

Важность показателей Ляпунова определяется еще и тем, что, используя их, можно оценить размерность хаотического аттрактора, который являет *фрактальные* свойства.

Фрактальную размерность странного аттрактора можно вычислить, используя показатели Ляпунова, если в подпространстве размерности N рассмотреть покрытие аттрактора кубиками со стороной ε , причем ориентация ребер задается направлениями

Таблица 4

Спектр показателей Ляпунова

Временной ряд	Размерность, m	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	Старш. показатель Ляпунова (LLF)	Сумма экспонент Ляпунова	Размерность Каплан—Йорке
Температура воздуха (Хельсинки)	3	0.3279	-0.075	-0.673		0.327	-0.4209	2.347
Температура воздуха (Стокгольм)	3	0.39	-0.03	-0.614		0.388	-0.254	2.58
ТПО (55.75° с. ш., 163.25° в. д.)	3	0.435	-0.036	-0.707		0.444	-0.308	2.564
ТПО (57.75° с. ш., 165.25° в. д.)	2	0.181	-0.69			0.187	-0.509	1.26
	3	0.394	-0.046	-0.673		0.419	-0.325	2.51
Уровень моря (Стокгольм)	3	0.443	0.0134	-0.617		0.455	-0.161	2.73
Уровень моря (Дублин)	3	0.413	-0.021	-0.617		0.681	-0.225	2.634
Атмосферное давление (Санкт-Петербург)	3	0.503	0.057	-0.544		0.539	0.017	Не вычисляется
Атмосферное давление (Осло)	3	0.525	0.059	-0.604		0.555	-0.015	2.96
Осадки (Уппсала)	3	0.454	-0.007	-0.444		0.509	0.002	Не вычисляется
	4	0.724	0.324	-0.069	-0.812	0.999	0.167	» »
Осадки (Турку)	2	0.376	-0.614			0.387	-0.238	1.612
	3	0.492	-0.052	-0.645		0.558	-0.205	2.68
Речной сток (р. Нева), пост Новосаратовка	2	0.179	-0.86			2.525	-0.690	1.206
	3	0.501	-0.078	-0.765		1.075	-0.342	2.55
Речной сток (р. Солберргрофф)	2	0.271	-0.410			0.325	-0.139	1.66
	3	0.513	-0.016	0.560		0.542	-0.063	2.88
Речной сток (р. Иматра)	2	0.16	0.017			1.500	0.1767	Не вычисляется
	3	0.695	-0.055	-0.671		1.740	-0.0317	2.95

показателей Ляпунова. Общее количество элементов покрытия $N(\epsilon)$. Тогда оценка фрактальной размерности будет [12]:

$$D = m - \frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i}{|\lambda_{m+1}|}, \quad (15)$$

где число m определяется так, что $S_m = \sum_{i=1}^m \lambda_i > 0$, но $S_{m+1} = \sum_{i=1}^{m+1} \lambda_i < 0$.

Соотношение (15) называют формулой Каплан—Йорке, а вычисленную таким образом фрактальную размерность — *размерностью Ляпунова*.

В табл. 4 приведены результаты расчета спектров показателей Ляпунова для исследуемых временных рядов. Показатели Ляпунова рассчитаны для различных размерностей фазового пространства, чтобы исследовать устойчивость полученных оценок.

Полученные положительные значения старшего показателя Ляпунова (λ_1) свидетельствуют о наличии хаотичности во всех исследуемых рядах. Величина размерности Каплан—Йорке подтверждает фрактальность фазового пространства.

Некоторые временные ряды (например, наблюдения за уровнем моря в Стокгольме, атмосферным давлением, осадками в Уппсале) демонстрируют гиперхаотичность.

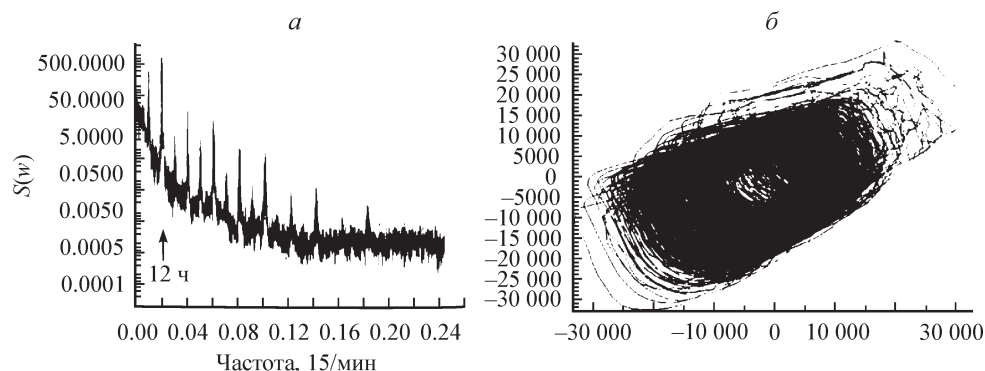


Рис. 4. Функция спектральной плотности (а) и реконструированный аттрактор (б), рассчитанные по приливной записи наблюдения за уровнем моря в п. Lowestoft (дискретность 15 мин., продолжительность наблюдений 1 год) при $\tau = 11$.

Об этом свидетельствуют положительные значения второго показателя Ляпунова. Наличие гиперхаотичности во временном ряде приводит к сложному виду фазовой траектории (хаотического аттрактора) в двухмерном пространстве (рис. 2).

Обобщая полученные результаты, следует отметить, что аттракторный подход к анализу временных рядов, порожденных гидрометеорологическими процессами базирующейся теории нелинейных динамических систем, позволяет установить их динамическую сущность, которая состоит в сочетании детерминистического и хаотичного поведения. Изменчивость гидрометеорологических процессов в большинстве случаев является примером маломодовой хаотичной динамики.

Показано, что можно рассматривать сезонную ритмику как предельный цикл динамической системы.

Следует отметить, что в большинстве исследуемых гидрометеорологических процессов фазовый портрет имеет вид аттрактора. Вид аттрактора зависит от характера (нелинейного) взаимодействия между колебаниями, сопутствующими сезонной (годовой) ритмике. Более того, именно межгодовая изменчивость годового хода «ответственна» за то, что фазовые траектории не сходятся к предельному циклу, а образуют аттрактор в фазовом пространстве.

Несмотря на сложность внутренней структуры рассматриваемых процессов, размерность динамических систем, описывающих их временную изменчивость, имеет конечную величину и изменчивость невелика по абсолютным значениям. Размерность фазового пространства лежит в пределах от 3 до 12.

Анализ величин корреляционной размерности и показателей Ляпунова позволяет нам сделать вывод, что в рассматриваемых случаях мы имеем дело со странным аттрактором, по причине несовпадения как амплитуд, так и фаз годового хода, т. е. амплитудно-фазовая модуляция порождает странный аттрактор в фазовом пространстве динамической системы. Таким образом, амплитудная и фазовая неустойчивость годовых колебаний порождает сложный вид аттрактора, обладающего фрактальной структурой.

Более того, периодические орбиты фазового пространства детерминировано-хаотической системы при определенных условиях могут терять устойчивость и посредством бифуркаций (например, реализуя механизм удвоения периода) приводить к возникновению субгармоник основного колебания, что проявляется, например, в модуляциях межгодовой изменчивости сезонными колебаниями. С другой стороны, сама годовая ритмика может быть проявлением механизма бифуркации полугодовых колебаний.

Следует ожидать эффективности предложенного подхода к исследованию таких процессов, как суточная ритмика гидрометеорологических процессов, а также при исследовании приливных колебаний, наличие в которых физически обоснованных ритмов приведет к формированию предельного цикла (скорее, в форме аттрактора), а не

линейные взаимодействия между модами колебаний будут определять его сложность. В качестве примера на рис. 4 представлен результат реконструкции аттрактора приливных колебаний.

Список литературы

- [1] Алексеев В. В., Лоскутов А. Ю. О возможности управления системой со странным аттрактором. Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Т. 5. Л., 1982.
- [2] Анищенко В. С., Вадивасова Т. Е., Астахов В. В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов, 1999.
- [3] Белоненко Т. В., Колдунов В. В., Старицын Д. К., Фукс В. Р., Шилов И. О. Изменчивость уровня северо-западной части Тихого океана // СПб. СМИО Пресс, 2009. 309 с.
- [4] Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. М.: Мир, 1983. 312 с.
- [5] Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974. Вып. 1. 278 с.; вып. 2. 197 с.
- [6] Бутенин Н. В., Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987. 384 с.
- [7] Витязев В. В. Вейвлет-анализ временных рядов. Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2001.
- [8] Драган Я. П., Рожков В. А., Яворский И. И. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. Л.: Гидрометеоздат, 1987. 318 с.
- [9] Дымников В. П., Лысков В. Н. Проблемы моделирования климата и его изменений. М.: Изд-во Ин-та вычислительной математики РАН, 2003.
- [10] Князева Е. Н., Курдюмов С. П. Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. М.: Наука, 1994.
- [11] Коняев К. В. Спектральный анализ случайных процессов и полей. Л.: Гидрометеоздат, 1981. 207 с.
- [12] Кузнецов С. П. Динамический хаос (курс лекций). М.: Изд-во физико-математической литературы, 2001. 296 с.
- [13] Лаппо С. С. Крупномасштабное взаимодействие океана и атмосферы и формирование гидрофизических полей // Сб. статей ГОИНа. М., 1989. 256 с.
- [14] Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. Современные проблемы нелинейной динамики. М.: Изд-во УРСС, 2000. 250.
- [15] Мартынов Б. А., Бочков В. В. Введение в стохастическую динамику: Учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1998. 92 с.
- [16] Оселедец В. И. Мультипликативная эргодическая теорема. Характеристические показатели Ляпунова динамических систем // Тр. Моск. мат. общества. 1968. Т. 19. С. 179—210.
- [17] Пригожин И., Гленсдорф П. Термодинамическая теория структур, устойчивости, флуктуаций // М.: Мир, 1973.
- [18] Тарасевич Ю. Ю. Математическое и компьютерное моделирование. Дифференциальные модели. Стохастические и детерминистические модели. М.: Изд-во УРСС, 2001.
- [19] Рожков В. А. Методы вероятностного анализа океанологических процессов. Л.: Гидрометеоздат, 1974. 424 с.
- [20] Рожков В. А., Трапезников Ю. А. Вероятностные модели океанологических процессов. Л.: Гидрометеоздат, 1990. 272 с.
- [21] Рожков В. А., Клеванцов О. П., Михайлов Н. Н., Иванов Н. Е., Макарова А. В., Пичугин Ю. А., Смоляницкий В. М., Шилов И. О., Смирнов К. Г. Методы и средства статистической обработки и анализа информации об обстановке в Мировом океане на примере гидрометеорологии. Обнинск: ВНИИГМИ-МЦД, 2009. 416 с.
- [22] Старченко И. Б. Динамический хаос в гидроакустике. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. 296 с.
- [23] Сеидов Д. Г. Синергетика океанских процессов. Л.: Гидрометеоздат, 1989. 287 с.
- [24] Фрик П. Г. Турбулентность: Подходы и модели. М.; Ижевск: Изд-во Ин-та компьютерных исследований, 2003. 293 с.
- [25] Хэнк А. Дijkstra. Нелинейная физическая океанография. М.; Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2007. 680 с.
- [26] Шилов И. О. Фрактальный анализ временных рядов альтиметрических наблюдений за уровнем океана // Изв. РГО. 2010. Т. 142. Вып. 6. С. 59—69.
- [27] Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988.
- [28] Eckman J.-P., Kamphorst Oliffson S., Ruelle D., Ciliberto S. Lyapunov exponents from a time series // Phys. Rev. 1986. A 34. P. 27—32.
- [29] Eckman J.-P., Ruelle D. Ergodic theory of chaotic and strange attractors // Rev. Mod. Phys. 1985. N 57(3). P. 617—656.
- [30] Lorenz E. N. Deterministic non-periodic flow // J. Atmos. Sci. 1963. 20. P. 131—141.

- [31] *Takens F.* Detecting strange attractors in turbulence // *Dynamical Systems and Turbulence*, edited by D. A. Rand and L.-S. Young. Berlin: Springer, 1981. P. 366—381.
- [32] *Grassberger P., Schreiber T., Schaffrath C.* Non-linear time sequence analysis // *Int. J. Bifurcation and Chaos*. 1991. N 1. P. 5—21.
- [33] *Hegger R., Kantz H., Schreiber T.* Practical implementation of nonlinear time series method: The TISEAN package // *CHAOS*. 1999. N 9. P. 4—13.
- [34] *Kantz H., Schreiber T.* *Nonlinear Time Series Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [35] *Klein Tank, A. M. G. and Coauthors.* 2002. Daily dataset of 20th century surface air temperature and precipitation series for the European Climate Assessment // *Int. J. of Climatol.* 2002. 22. P. 1441—1453.
- [36] *Rosenstein M. T., Collins J. J., Luca C. J. D.* A practical method for calculating largest Lyapunov exponent from small data sets // *Physica*. 1993. D 65. P. 117—134.
- [37] *Schreiber T.* Interdisciplinary application of nonlinear time series methods // *Phys. Report*. 1999. N 308. P. 1.

Санкт-Петербург
geo-igor@mail.ru

Поступило в редакцию
9 сентября 2010 г.

Изв. РГО. 2011. Т. 143. Вып. 1

© Г. Г. РУСАНОВ

РАЗРЕЗ ЧАГАН (ЮГО-ВОСТОЧНЫЙ АЛТАЙ): СТРОЕНИЕ И РЕКОНСТРУКЦИЯ УСЛОВИЙ ОСАДКОНАКОПЛЕНИЯ

Введение. Разрез Чаган видимой мощностью более 200 м и протяженностью 5 км находится на юго-западной окраине Чуйской котловины в левом борту долины р. Чаган выше с. Бельтир. Он считается наиболее полным и хорошо изученным опорным обнажением ледниковых отложений Горного Алтая. История его изучения начинается с 1937 г., когда впервые этот разрез очень схематично описал А. В. Аксарин [2] как обнажение четвертичных озерных отложений мощностью 79 м в левом борту р. Кара-Оюк, сформировавшихся в межледниковое (довюрмское) время в огромном озере, занимавшем Чуйскую котловину и низовья речных долин, выходящих в нее. С начала 60-х г. прошлого столетия он привлекает внимание очень многих исследователей [1—15]. Однако, несмотря на сравнительно большое количество опубликованных работ, посвященных изучению этого разреза (в основном озерно-ледниковых отложений), вопросы генезиса, возраста, особенностей строения и условий осадконакопления этих отложений до сих пор не имеют однозначного решения, продолжая оставаться дискуссионными.

«Отметим, что ни в одной из публикаций не приведено детального геологического описания разреза Чаган с прослеживанием границ по горизонтали и с текстурно-фациальной характеристикой выделяемых слоев и пачек. В лучшем случае дается описание одной-двух колонок с локальной последовательностью слоев, при этом общее строение геологического разреза по латерали изображается настолько схематически, что такая геологическая документация вызывает сомнение у самих авторов. ...несмотря на существование уникального естественного обнажения Чаган ... оно до сих пор должным образом не описано, хотя используется как стратотип на протяжении более полувека ...ни одним исследователем фактически не проводилась фациально-генетическая диагностика гляциогенных толщ этого разреза (расчленение на основные и абляционные морены), без которой стратиграфическая диагностика мореноподобных диамиктонов как геологических тел вообще не имеет смысла» ([8], с. 43—44).

При совместном с А. Н. Рудым посещении этого обнажения в 2001 г. у нас сложилось определенное мнение об особенностях строения и условиях образования отложений ледникового комплекса разреза Чаган, которое во многом коренным образом от-