

НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

© Ю. П. КЛЕВАНЦОВ, В. В. КОЛДУНОВ, В. А. РОЖКОВ, К. Г. СМЕРНОВ

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННÓЙ КОВАРИАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ ТИХОГО ОКЕАНА

В работе [4] выполнен разведочный анализ ансамбля альтиметрических данных об уровне северной части Тихого океана с дискретностью 7 сут с 1992 по 2010 г.

Ансамбль полей $\zeta(r, t)$ пространственных координат $r \in \mathcal{R}$ и времени $t \in T$ состоит из 260 точек по широте и 451 точки по долготе. Он разделен на 10 районов с учетом течений, фронтальных зон, проливов, берегового контура, широтных зон. Вероятностное описание этого ансамбля предполагает [9, 10] знание моментных функций математического ожидания $m(r, t)$, дисперсии $D(r, t)$ и ковариационной $K(r, \rho, t, \tau)$, где ρ и τ — пространственный и временной сдвиги относительно координат (r, t) .

Выявлены характерные особенности пространственно-временного ансамбля $\zeta(r, t)$ с учетом специфики спутниковых альтиметрических данных положения уровня океана. Установлено, что поле нестационарно и неоднородно по математическому ожиданию и дисперсии. Дана оценка величины колебаний уровня океана в диапазонах синоптической, сезонной и межгодовой изменчивости.

В настоящей работе обсуждаются результаты ковариационного анализа ансамбля $\zeta(r, t)$ с целью их обобщения в виде вероятностной модели. Напомним, что, согласно работам [12, 13], ковариационный анализ рассматривается как обобщение моделей дисперсионного и регрессионного анализа исходных данных.

Модель неоднородного случайного поля. Рассмотрим северную часть Тихого океана как неоднородное поле в виде системы 10 временных рядов $Z(t) = \{\zeta_1(t), \dots, \zeta_m(t)\}$ в фиксированных точках пространства $r_k, k = 1, \dots, m$, в последовательные моменты времени $t_j, j = 1, \dots, N$.

Для описания неоднородного периодически нестационарного поля уровня (в ПКСП-приближении) для системы 10 временных рядов в центральной точке каждого из районов применима модель

$$\zeta(r_k, t) = \sum_i a_i(t) \varphi_i(r_k), \quad (1)$$

где $\varphi_i(r_k)$ — естественные ортогональные функции (ЕОФ) поля, $a_i(t)$ — коэффициент.

Таблица 1
Значения матрицы D_Z для января и июля

Январь										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	7.02	4.81	0.19	1.14	22.15	2.93	2.83	2.40	10.17	-1.40
2	0.43	17.88	-3.15	8.87	-39.96	-6.47	1.53	1.08	4.89	-3.01
3	0.01	-0.11	45.00	-8.57	6.26	-10.07	-8.63	8.94	-24.32	9.90
4	0.08	0.39	-0.24	29.19	18.88	7.75	6.98	-8.09	23.87	-8.73
5	0.26	-0.29	0.03	0.11	1035.99	46.66	-5.91	-36.96	154.92	-48.64
6	0.15	-0.20	-0.20	0.19	0.19	56.39	17.62	-0.51	25.09	-2.25
7	0.16	0.05	-0.19	0.19	-0.03	0.35	44.39	-8.81	18.13	-20.87
8	0.21	0.06	0.32	-0.36	-0.27	-0.02	-0.31	17.73	-29.69	20.83
9	0.39	0.12	-0.36	0.44	0.48	0.34	0.27	-0.71	99.06	-42.59
10	-0.08	-0.11	0.22	-0.25	-0.23	-0.05	-0.49	0.77	-0.66	41.47

Июль										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	6.36	2.31	0.47	-0.51	30.28	-4.80	1.23	-0.60	11.79	-8.14
2	0.25	13.40	14.82	-0.33	11.22	-10.47	10.36	2.90	1.33	-4.19
3	0.02	0.40	103.65	-15.11	42.82	21.87	4.86	-2.47	-17.12	-9.32
4	-0.05	-0.02	-0.38	14.92	-29.21	-4.25	6.84	3.44	0.68	0.55
5	0.41	0.10	0.14	-0.26	878.10	-58.45	-68.83	-17.93	99.40	-30.31
6	-0.20	-0.30	0.23	-0.12	-0.21	89.05	-0.24	-6.02	-20.64	1.82
7	0.07	0.42	0.07	0.27	-0.35	0.00	44.62	7.01	-7.54	-4.41
8	-0.10	0.35	-0.11	0.39	-0.27	-0.28	0.46	5.16	-2.57	0.73
9	0.59	0.05	-0.21	0.02	0.42	-0.28	-0.14	-0.14	62.57	-21.63
10	-0.63	-0.22	-0.18	0.03	-0.20	0.04	-0.13	0.06	-0.54	25.94

Согласно работе [5], для нахождения значений функций $\varphi_i(r_k)$ можно воспользоваться простейшим вариантом, представляя поле (1) при фиксированном t как 10-мерный случайный вектор, характеризуемый аффинным вектором математического ожидания m_Z и матрицей дисперсии D_Z . ЕОФ вычисляется как собственный вектор этой матрицы, а собственные числа интерпретируют как дисперсии значений коэффициентов a_k .

В табл. 1 приведены значения матрицы D_Z для января и июля (по диагонали — значения дисперсий временных рядов, над диагональю — значения ковариации, под диагональю — значения коэффициентов корреляции). Из табл. 1 видно, что элементы матриц D_Z для января и июля различаются (т. е. базисные функции $\varphi_i(r_k)$ зависят от сезона), коэффициенты корреляции между районами малы.

В табл. 2 даны значения собственных чисел λ_k матриц D_Z , а в табл. 3 — значения первых трех ЕОФ поля уровня для зимы и лета. Они характеризуют степень неоднородности поля и скорость сходимости ряда (1).

Модель однородного случайного поля. Для выборочных функций однородного случайного поля (с учетом линейной аппроксимации пространственного тренда) математическое ожидание $m_\zeta(\vec{r}, t)$, дисперсия $D_\zeta(\vec{r}, t)$ и ковариационная функция $K_\zeta(\vec{r}, t, \vec{r}, \tau)$ не зависят от $\vec{r}$. Это предположение можно принять для выделенных в работе [4] квазиоднородных районов для каждого месяца (считая внутри месяца процесс квазистационарным). Тогда математи-

Таблица 2
Собственные числа λ_i матриц D_Z

i	Январь		Июль	
	λ_i	%	λ_i	%
1	1071	76.72	906	72.89
2	140	86.75	131	83.43
3	58	90.90	77	89.62
4	41	93.84	57	94.20
5	31	96.06	38	97.26
6	25	97.85	12	98.23
7	17	99.07	11	99.12
8	9	99.71	6	99.60
9	3	99.93	3	99.84
10	1	100	2	100
Сумма	1396		1243	

ческое ожидание и дисперсия не зависят от t , а ковариационная функция зависит от $\vec{\rho}$ (пространственный сдвиг) и от τ (временной сдвиг).

Обсудим вопросы оценивания авто- и взаимных ковариационных функций

$$K(\vec{\rho}, \tau) = M\{\zeta^0(\vec{r}, t)\eta^0(\vec{r} + \vec{\rho}, t + \tau)\} \quad (2)$$

системы однородных и стационарных случайных полей (ζ, η) по участку ансамбля реализаций заданного размера (по пространству) и продолжительности (по времени).

Пусть для области $r \in R$ и отрезка времени $t \in T$ в приближении однородности поля в этой области и стационарности на промежутке времени T оценка ковариационной функции имеет вид

Таблица 3
Собственные векторы ковариационных матриц

№ района	Январь			Июль		
	φ_1	φ_2	φ_3	φ_1	φ_2	φ_3
1	-0.02	-0.04	0.01	-0.03	-0.03	-0.07
2	0.04	-0.10	-0.18	-0.01	0.05	-0.29
3	-0.00	0.32	-0.05	-0.05	0.78	-0.48
4	-0.02	-0.23	-0.04	0.03	-0.13	-0.00
5	-0.98	0.15	0.01	-0.98	0.03	0.07
6	-0.05	-0.25	0.85	0.07	0.52	0.71
7	0.00	-0.34	0.26	0.08	0.03	-0.35
8	0.04	0.24	0.21	0.02	-0.04	-0.10
9	-0.16	-0.65	-0.18	-0.12	-0.31	-0.10
10	0.05	0.39	0.30	0.04	-0.01	0.17

$$K_{pq\tau}^* = \frac{1}{N_{pq\tau}} \sum_{i=0}^{n_x-p} \sum_{j=0}^{n_y-q} \sum_{t=0}^{n_t-\tau} [(\zeta_{ijt}^0) \cdot (\zeta_{i+p, j+q, t+\tau}^0)] \quad (3)$$

Здесь $N_{pq\tau} = [(n_x - p)(n_y - |q|)(n_t - |\tau|)]$; $p = 0, 1, \dots, m_x$; $q = -m_y, \dots, -1, 0, 1, \dots, m_y$; $\tau = -\tau_{\max}, \dots, -1, 0, 1, \dots, \tau_{\max}$;

$$\zeta_{ijt}^0 = \zeta_{ijt} - m^*, \quad (4)$$

где m^* — оценка математического ожидания (среднее значение или наклонная плоскость), ζ_{ijt} — значения поля в точке r_{ij} в момент t .

Оценка (3) получена путем обобщения двумерной оценки, использованной в работе [8].

Центрирование в (4) выполнено на наклонную плоскость

$$m^* = ax + by + c, \quad (5)$$

где a, b, c — параметры.

Рассмотрим результаты оценивания параметров плоскости (5) и ковариационной функции (3) на примере двух квазиоднородных районов 9 (западная часть северной тропической конвергенции) и 6 (северная тропическая дивергенция).

На рис. 1 приведены графики ковариационных поверхностей для районов 9 и 6, вычисленных по формуле (3) при $\tau = 0$ с параметрами из табл. 4.

Из рис. 1 видно, что поверхность анизотропна: декремент коррелограммы в направлении СЮ меньше, чем в направлении ЗВ.

На рис. 2 и 3 приведены графики временных рядов параметров (a, b) плоскости (5), среднего значения уровня — параметр c в (5) и дисперсии поля K_{000} . На рисунках хорошо видна годовая ритмика этих статистических характеристик, их отличия между двумя сопоставляемыми районами. Дисперсия поля K_{000} меняется в течение года.

На рис. 4 приведены графики изменений во времени значений поверхности (3) в характерных точках. Эти точки помечены на рис. 4 значениями аргумента (p, q). В частности, из рисунка видно, что взаимная дисперсия $K_{00\tau}$ убывает до нуля с увеличением τ ; склоны холма поверхности $K_{xy\tau}$ в направлении осей абсцисс, ординат, а также в центральных точках всех четырех квадрантов со временем меняют свои очертания.

Положение нулевой изолинии значений K_{pq0} позволяет сделать предположение об отличии тренда от линейного (5).

Оценки пространственного тренда и спектра колебаний уровня. По

внешнему виду пространственных сечений поля уровня $\zeta(\vec{r}, t)$ в фиксированный момент времени (рис. 5) можно сделать вывод о наличии колебаний в двух диапазонах (больших и малых) волновых чисел. Для разложения пространственного сечения на две составляющие $\zeta(r) = \mu(r) + \eta(r)$ применимы методы фильтрации временных рядов [2, 3, 6].

Теоретически реализация $x(t)$ подвергается воздействию линейного оператора $L : x(t) \rightarrow y(t)$,

Таблица 4

Параметры статистического анализа исходных данных

	9	6
n_x	270	210
n_y	36	58
n_t	781	781

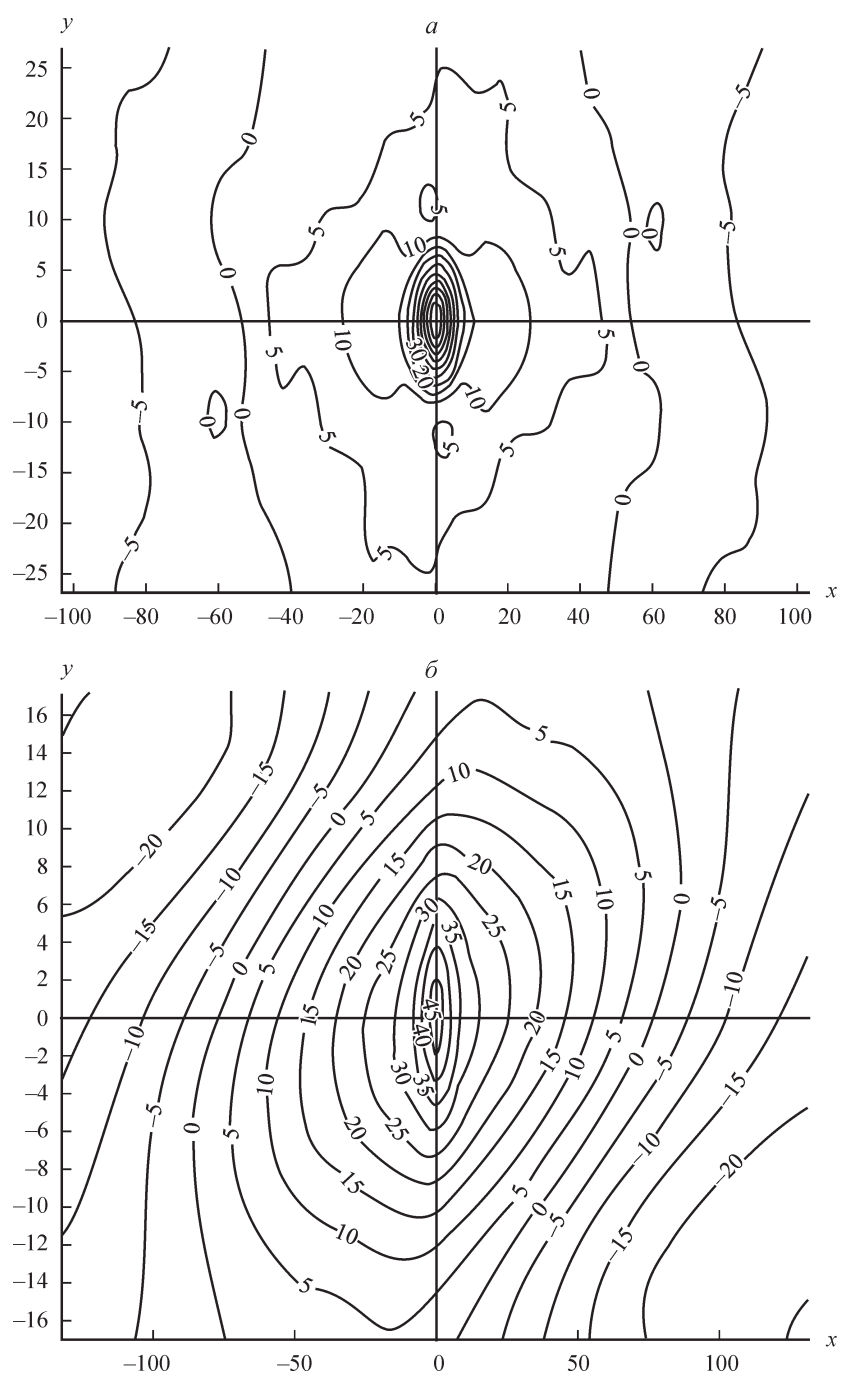


Рис. 1. Пространственная ковариационная поверхность колебаний уровня Тихого океана для районов 6 (а) и 9 (б).

$K_{xy}(0)$, р. 9, $N = 781$, $n_x = 270$, $n_y = 36$, $m_x = 131$, $m_y = 17$.

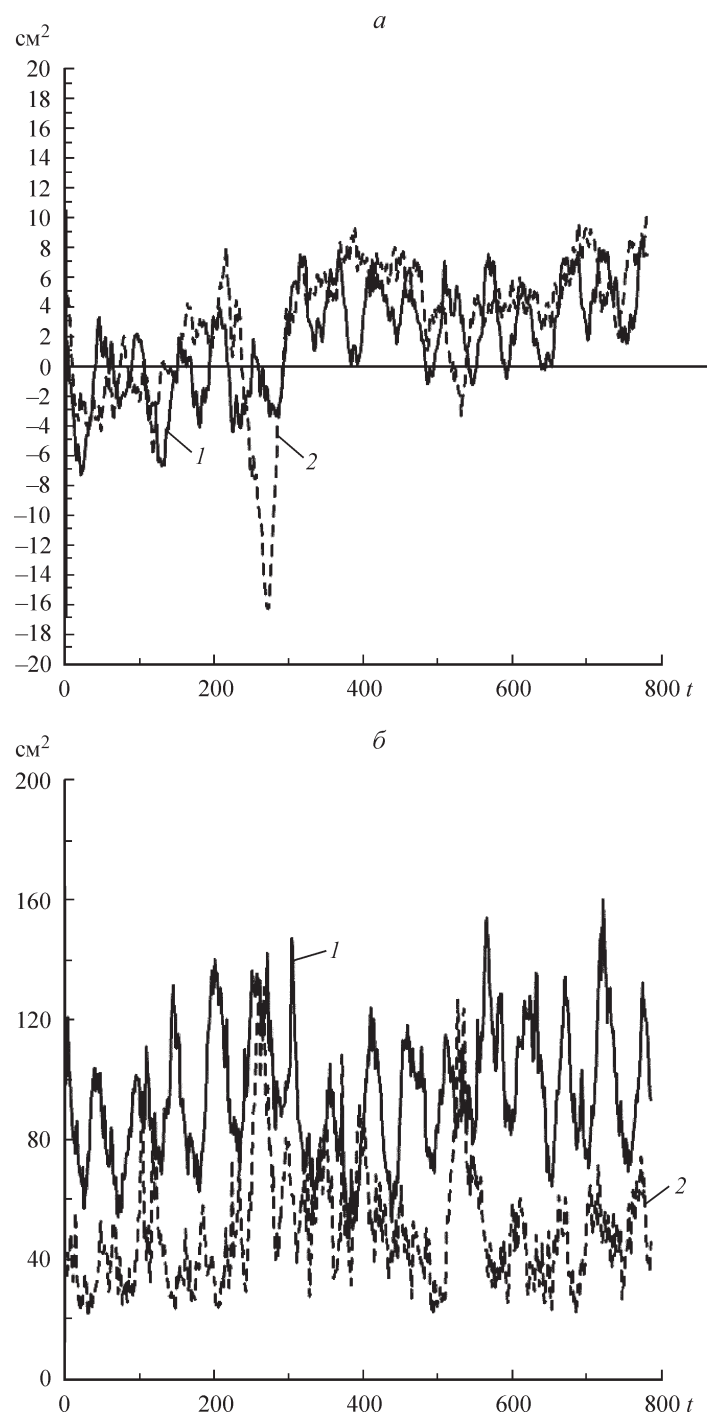


Рис. 2. Значения среднего (а) и дисперсии (б) полей уровня Тихого океана в районе 6 (1) и 9 (2).

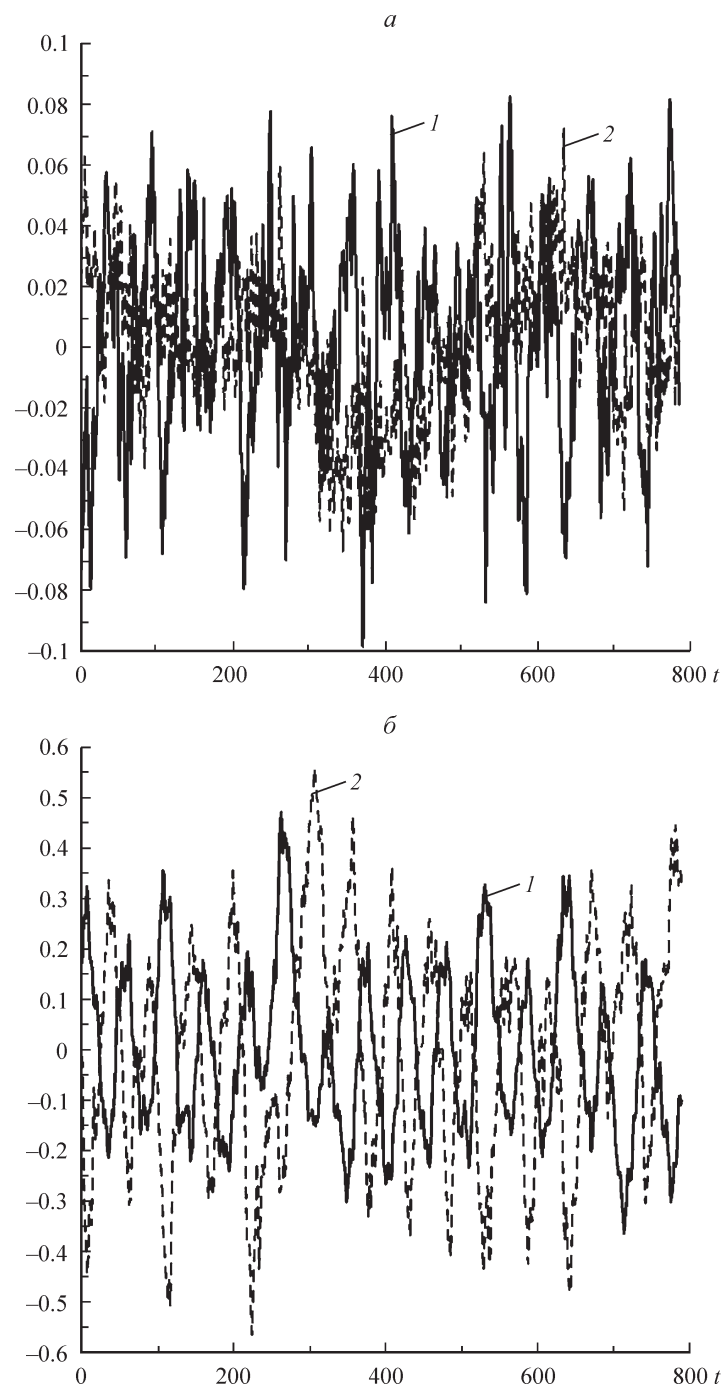


Рис. 3. Значения среднего уклона полей уровня Тихого океана вдоль оси X (а) и вдоль оси Y (б) для районов 6 (1) и 9 (2).

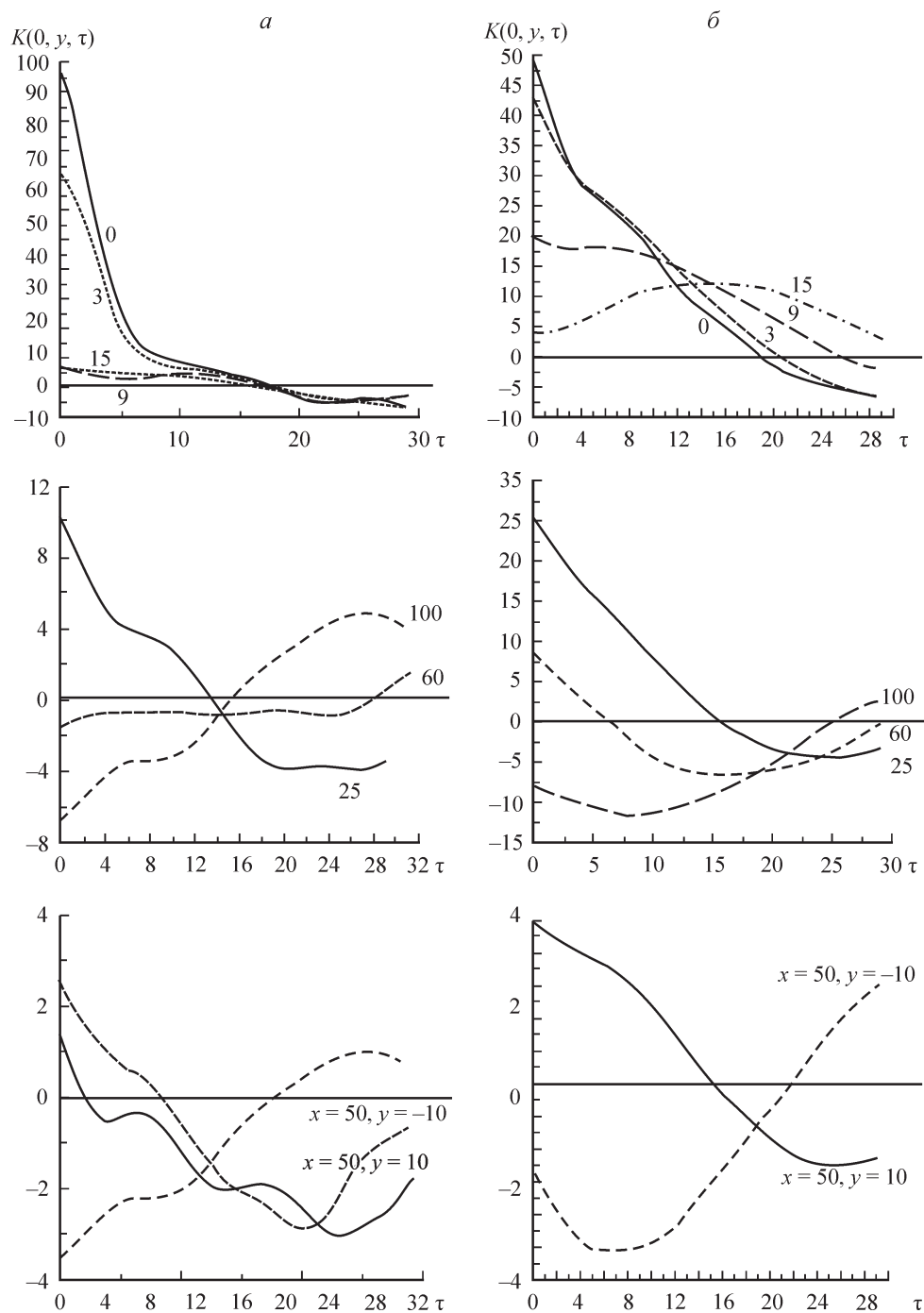


Рис. 4. Изменения во времени значений аппликат ковариационной поверхности в характерных точках $K(0, y, \tau)$, $K(x, 0, \tau)$ для районов 6 (а) и 9 (б).

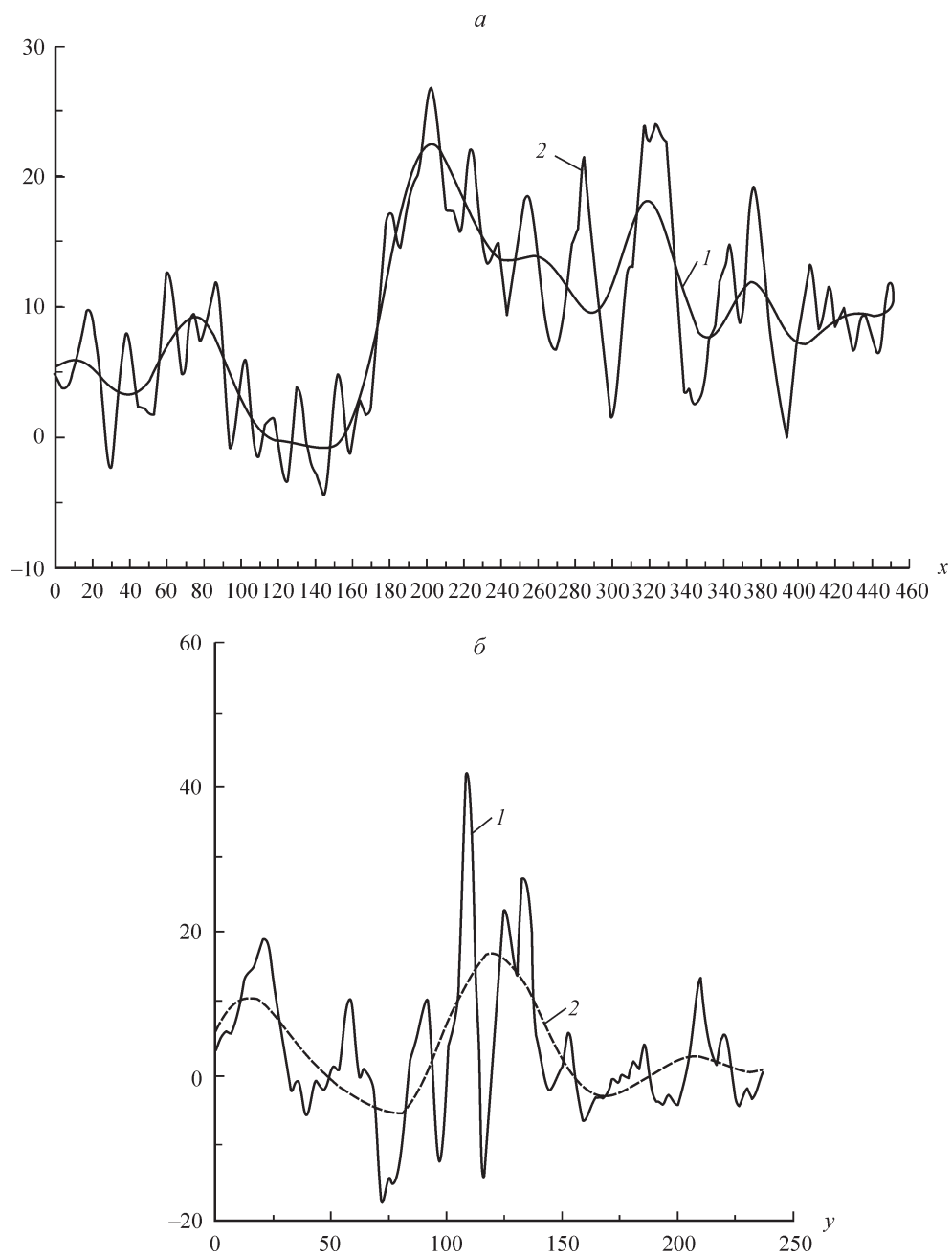


Рис. 5. Пространственные сечения (1) и крупномасштабный тренд (2) уровневой поверхности северной части Тихого океана на широте 6°N (а) и долготе 180°E (б).

этот оператор называется фильтром. Действие фильтра L на сигнал $x(t)$ записывается во временном пространстве в виде свертки

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_L(\tau) x(t - \tau) d\tau. \quad (6)$$

Функция $h_L(\cdot)$ называется импульсной функцией отклика (или весовой функцией).

Преобразования Фурье функций $x(t)$, $y(t)$, $h_L(\tau)$ обозначим соответственно через $X(\omega)$, $Y(\omega)$, $H_L(\omega)$. Они связаны между собой соотношением $Y(\omega) = H_L(\omega)X(\omega)$.

Функцию $H_L(\omega)$ называют передаточной (или частотной) характеристикой фильтра.

В работе [8] для исключения переменной средней волновой линии на волнограммах использован РТ-фильтр, в котором за приближенное значение принимается скользящее среднее $\bar{\mu}(t) = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \alpha(s) \zeta(t+s) ds$, которое потом уточняется

с помощью полиномиального сглаживания

$$\mu(t) = \beta_0 b_0(t) + \sum_{k=0}^n \int_0^p \beta(s) b_k(t-s)(s)^k ds. \quad (7)$$

Здесь $\alpha(s)$, $\beta(s)$ — весовые функции; δ , p — параметры (первый характеризует длину участка постоянства $\mu(t)$, второй — длину участка линейной тенденции). Снова обращаясь к рис. 5, можно предположить, что этот фильтр применим и к пространственным сечениям уровня.

В работе [2] для обработки записей цунами для исключения приливного тренда был применен фильтр Баттерворта. Достоинством этого фильтра является близость его частотной характеристики $H_L(\omega)$ к идеальному фильтру. В зависимости от вида функции $\varphi(\omega)$ в формуле

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + [\varphi(\omega)]^{2M}} \quad (8)$$

фильтры называют полиномиальным, синусным или тангенсным, M — фиксированное число. Они принадлежат классу рекурсивных фильтров. Общий рекурсивный фильтр порядка M определяется формулой

$$y_n = \sum_{k=0}^{N-1} a_k x_{n-k} - \sum b_p y_{n-p}, \quad (9)$$

где a_k , b_p — коэффициенты. Формулы для их вычисления и программа фильтрации временных рядов приведены в работе [3].

Используем этот фильтр для анализа пространственных трендов сечений поля уровня.

По внешнему виду графиков сечений поля уровня в широтном и меридиональном направлениях (рис. 5) тренд не линейен. Он выделен на реализации фильтром (8), имеет вид весового скользящего среднего (7), хотя его истинное выражение (9) менее наглядно.

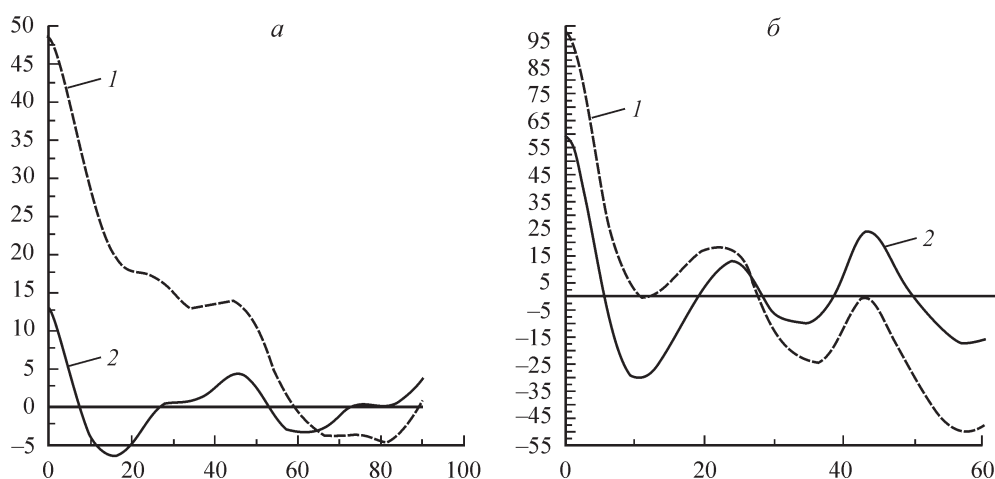


Рис. 6. Оценки ковариационной функции пространственных сечений уровенной поверхности для исходного ряда (1) и мелкомасштабной составляющей после исключения тренда (2) на широте 6°N (а) и долготе 180°E (б).

Пространственные ковариационные функции $K_{\zeta}(\vec{\rho})$ исходного и отфильтрованного рядов могут быть отнесены к классу экспоненциально-косинусных функций с переменными декрементами затухания и нулями (по широте и долготе). Графики пространственных спектров $S_{\zeta}(k)$, вычисленные как весовое преобразование Фурье функций $K_{\zeta}(\vec{\rho})$, представлены на рис. 7. По их внешнему виду они могут быть отнесены к классу дробно-рациональных функций. Как показано в работах [1, 7, 11], такие спектры характерны для случайных процессов авторегрессии-скользящего среднего АРСС (p, q) порядка (p, q) . Величины (p, q) зависят от числа нулей, полюсов и экстремумов полиномов, входящих в числитель и знаменатель спектра $S_{\zeta}(k)$.

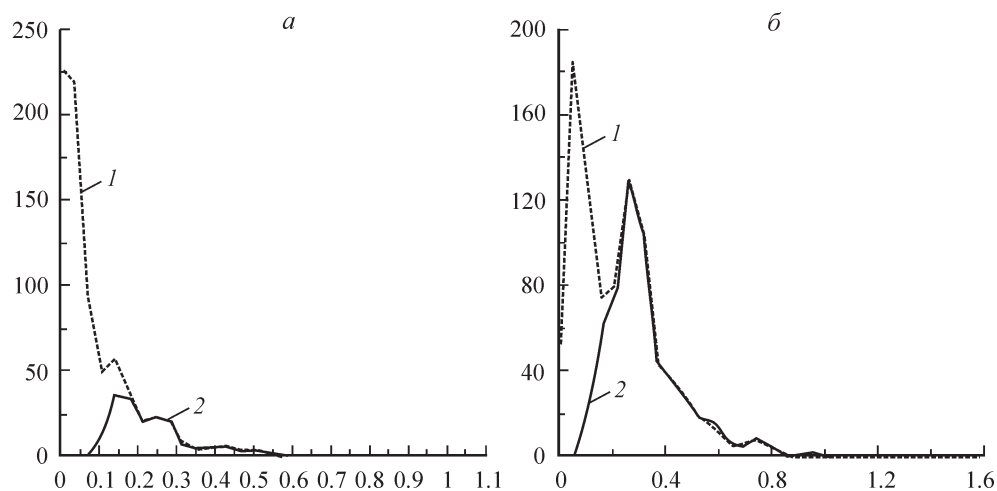


Рис. 7. Оценки спектральной плотности пространственных сечений уровенной поверхности для исходного ряда (1) и мелкомасштабной составляющей после исключения тренда (2) на широте 6°N (а) и долготе 180°E (б).

Выводы

1. Уровенная поверхность Тихого океана неоднородна, ее пространственно-временная изменчивость может быть описана моделью (1) в виде разложения по системе ЕОФ $\varphi_i(r_k)$, зависящей от сезона, с коэффициентами $a_i(t)$, зависящими от времени.

2. Предложенное в работе [4] эвристическое деление океана на 10 квазиоднородных районов, отличающихся друг от друга средними значениями и дисперсиями колебаний уровня, имеет пространственную ковариационную матрицу D_z со слабо взаимозависимыми элементами, коэффициенты корреляции между ними малы (табл. 1).

3. Квазиоднородные районы в каждый момент времени имеют пространственный тренд (5) уровня, коэффициенты которого подвержены сезонной и внутримесячной изменчивости; ковариационная поверхность (3) анизотропна, дисперсия меняется во времени (рис. 2).

4. Сечения поля (по широте и меридиану) в каждый момент времени содержат пространственные флуктуации разного размера; составляющие с малыми волновыми числами $|k| < 0.125$ можно интерпретировать как нелинейный пространственный тренд (рис. 5).

5. Пространственный спектр волновых чисел $S_z(\vec{k})$ свидетельствует (рис. 7) о возможности аппроксимировать сечения поля уровня океана моделью случайных процессов авторегрессии скользящего среднего АРСС (p, q) порядка (p, q).

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009—2013 гг.

Список литературы

- [1] Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1. М.: Мир, 1974. 406 с.
- [2] Габечава В. А., Каракулаков В. Н., Наткович Ю. С., Рожков В. А. Спектральный анализ записей цунами как нестационарного вероятностного процесса // Труды ГОИН. Вып. 147. Л.: Гимиз, 1978. С. 18—23.
- [3] Громов А. Ю. Применение цифровых фильтров Баттерворта в океанологии // Режимы-образующие факторы, информационная база и методы ее анализа. Л.: Гимиз, 1989. С. 22—35.
- [4] Колдунов В. В., Рожков В. А., Смирнов К. Г. Экспресс-анализ пространственно-временной изменчивости колебаний уровня Тихого океана // Изв. РГО. Т. 143. 2011. Вып. 5. С. 15—26.
- [5] Мещерская А. В. и др. Естественные составляющие метеорологических полей. Л.: Гимиз, 1970. 200 с.
- [6] Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982. 428 с.
- [7] Привальский В. Е. Климатическая изменчивость. Стохастические модели, предсказуемость, спектры. М.: Наука, 1985. 184 с.
- [8] Рожков В. А., Трапезников Ю. А. Методические рекомендации, алгоритмы и программы расчета вероятностных характеристик ветрового волнения на ЭЦВМ. Обнинск, 1968. 308 с.
- [9] Рожков В. А. Теория вероятностей случайных событий, величин и функций с гидрометеорологическими примерами. СПб.: Прогресс-погода, 1996. 560 с.
- [10] Рожков В. А. Теория и методы статистического оценивания вероятностных характеристик случайных величин и функций с гидрометеорологическими примерами. СПб., 2002. Кн. 1. 2001. 340 с.; кн. 2. С. 343—780.

- [11] Рожков В. А., Трапезников Ю. А. Вероятностные модели океанологических процессов. Л.: Гимиз, 1990. 272 с.
[12] Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. М.: Мир, 1980. 456 с.
[13] Шеффе Г. Дисперсионный анализ. М.: Наука, 1980. 512 с.

Санкт-Петербург
koldunovvv@gmail.com

Поступило в редакцию
6 сентября 2011 г.

Изв. РГО. 2012. Т. 144. Вып. 1

© Ж. И. СТОИТ, О. А. ГУЩИН, В. Ф. ДУБРАВИН

ШТОРМОВЫЕ ВЕТРА ЮГО-ВОСТОЧНОЙ БАЛТИКИ ПО ДАННЫМ АВТОМАТИЧЕСКОЙ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ В 2004—2010 гг.

Краткая характеристика ветрового режима. Ветер в значительной степени формирует берега, прибрежные течения и определяет распространение продуктов загрязнения в поверхностном слое моря. Основными факторами, определяющими режим юго-восточной части Балтийского моря, являются радиационный баланс и атмосферная циркуляция. Особенность региона — это открытость для проникновения транзитных воздушных масс, причем центральная ветвь западного переноса, как отмечено в [2], меняет свое направление на 90° с зонального (западно-восточного) на меридиональное (с юга на север), следуя генеральному простиранию берега.

Ветровой режим над Юго-Восточной Балтикой обусловлен сезонной динамикой барических центров, которые формируются над континентом Евразии и Северной Атлантикой. В холодный период над ЕТР активизируется Сибирский антициклон, в районе Исландии развита циклоническая деятельность. При выносе с Атлантического океана на Балтийское море морского воздуха умеренных широт зимой и осенью преобладают ветры от SW (повторяемость до 25 %, Балтийск) [14], порывистые со скоростью 8—12 м/с (5—6 баллов), нередко наблюдается усиление до 18—20 м/с. Весной ветры ослабевают и повторяемость штормов уменьшается. В теплый период с развитием процессов летней трансформации активность циркуляции заметно ослабляется. Над Европой образуется обширная область термической депрессии, в то же время ослабевает деятельность Исландского минимума и активизируется Азорский максимум. Увеличивается повторяемость северо-западных и северных ветров. Осенью вновь наблюдается усиление штормовых ветров западных направлений.

Среднегодовая скорость ветра колеблется от 5 до 7 м/с, увеличиваясь от побережья к открытым частям моря. Среднемесячные скорости ветра возрастают от лета к зиме, и на акватории Балтики составляют: в теплое полугодие 4—6 м/с, в холодное — 6—9 м/с.

Данные наблюдений. Раннее оценка ветра в акватории юго-восточной части Балтики производилась по попутным судовым наблюдениям и станциям, расположенным на побережье, но этот район лежит вне путей интенсивного су-