

## СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ В РАЗВИТИИ МОРФОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ЛАНДШАФТА

Изучение динамики морфологической структуры ландшафтов является актуальной проблемой динамики ландшафтов, к которой приводят многие задачи [8, 9]. Одним из актуальных направлений в изучении развития морфологических структур выступает исследование условий возникновения состояния динамического равновесия. Этот вопрос затрагивался для ряда генетических типов рельефа, в частности эрозионно-термокарстовых равнин и молодых аллювиальных равнин [1—3, 6, 7], однако для многих генетических типов морфологических структур условия возникновения состояния динамического равновесия остаются неисследованными.

Цель работы — создание модели формирования состояния динамического равновесия морфологических структур для широкого класса ландшафтов, находящихся под воздействием квазипериодического процесса. Под последним мы понимаем ландшафтообразующий процесс со случайным периодом, имеющим постоянное вероятностное распределение. Примерами таких процессов являются оползневые, отчасти лавинные, процессы формирования аллювиальных равнин. В данной работе поставленная задача будет рассмотрена на примере территории с развитием оползневых процессов.

Для получения информации о параметрах динамики оползней, прежде всего для прогнозирования времени активизации, может быть использована следующая модель, базирующаяся на теории вероятностных процессов — процессов восстановления.

Рассмотрим однородную в геологическом и физико-географическом отношении территорию с развитием оползней. Пусть активизация оползней происходит под действием локальных факторов. Между моментами активизации происходит определенная смена почвенно-растительного покрова в связи с зарастанием оползня и соответственно смена ПТК (модификаций ПТК), отвечающая стадиям процесса. Подобная ситуация описана в ряде исследований. В частности, в криолитозоне [7] в связи с активизацией оползневого процесса было отмечено развитие сложного комплекса процессов, включающих:

- обновление экспозиции засоленных морских отложений,
- развитие процессов рассоления,
- изменение растительных сообществ в соответствии с изменением засоления грунтов,
- изменение геокриологических характеристик участка.

В подобной ситуации время последней активизации определяют стадию, на которой находится изменение почвенно-растительного покрова и ПТК в целом. Таким образом, распределение времени активизации определяет площадные соотношения и соотношения плотности распределения ПТК, связанных с оползневым процессом, в морфологической структуре территории.

Для анализа состояния рассматриваемого типа территории используем следующую модель. Примем интервал между соседними активизациями оползня как последовательность случайных величин ( $\xi_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$  — порядко-

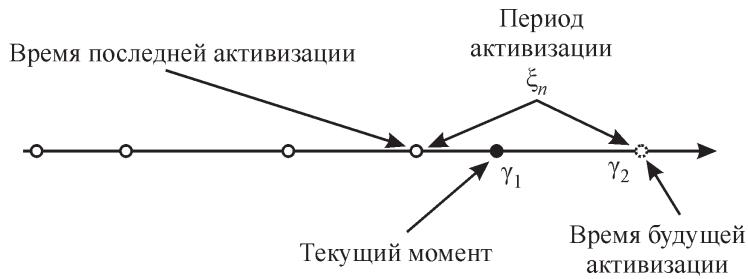


Рис. 1. Схема используемой модели активизации оползневого процесса.

Пояснения — в тексте.

вый номер активизации), имеющих некоторое не меняющееся во времени распределение ( $F(x)$ ), с конечными моментами до третьего порядка. При этом для разных циклов активизации эти случайные величины в силу локальности действия факторов активизации являются независимыми. В этом случае число активаций, реализовавшихся у оползня к моменту времени  $t$ , отражает случайный процесс, относящийся к классу процессов восстановления [5]. Время между последней активизацией и настоящим моментом представляет собой также случайную величину и называется «время недоскока» ( $\gamma_1$ ), а время до следующей активизации — «время перескока» ( $\gamma_2$ ) (рис. 1).

Найдем соотношение между вероятностными характеристиками интервала времени до последней активизации ( $\gamma_1$ ) и характеристиками периода активизации ( $\xi_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ). Согласно теории процессов восстановления при большем времени, прошедшем с начала оползневых процессов на данном участке ( $t \rightarrow +\infty$ ), распределение времени недоскока стремится к некоторому предельному распределению, которое связано с распределением периода активизации следующими соотношениями:

$$F_1(x) = \frac{1}{M\xi} \int_0^x [1 - F(u)] du, \quad (1)$$

$$f_1(x) = \frac{[1 - F(x)]}{M(\xi)}, \quad (2)$$

где  $M(\xi)$  — среднее значение периода активизации,  $F_1(x)$ ,  $f_1(x)$  — соответственно распределение и плотность распределения интервала времени до последней активизации.

Отсюда дифференцированием получаем выражение для распределения периода активизации

$$F(f) = 1 - M(\xi) f_1(x), \quad (3)$$

а также

$$f(x) = -M(\xi) f'_1(x). \quad (4)$$

Определим соотношение между статистиками времени до последней активизации и статистиками периода активизации. *Математическое ожидание*

*периода активизации* можно получить с учетом выражения для плотности распределения периода активизации. Учитывая, что

$$\int_0^{+\infty} f(x)dx = 1, \quad (5)$$

выражение для плотности распределения периода активизации (4) и существование математического ожидания у времени последней активизации (из-за существования момента 2-го порядка у распределения периода активизации), получаем

$$M(\xi) = \frac{1}{f_1(0)}. \quad (6)$$

Отсюда следует выражение для *распределения периода активизации*

$$F(x) = 1 - \frac{f_1(x)}{f_1(0)}. \quad (7)$$

Математическое ожидание времени до последней активизации можно получить с учетом выражения для плотности распределения времени последней активизации (2), используя интегрирование по частям и правило Лопиталя, а также учитывая существование момента 3-го порядка у распределения периода активизации,

$$M(\gamma_1) = \frac{M(\xi)}{2} + \frac{D(\xi)}{2M(\xi)}. \quad (8)$$

Отсюда выражение для дисперсии периода активизации

$$D(\xi) = \frac{2M(\gamma_1)}{f_1(0)} - \frac{1}{[f_1(0)]^2}. \quad (9)$$

Полученные соотношения описывают один из механизмов возникновения состояния динамического равновесия в развитии морфологических структур (и ландшафта в целом), которое возникает под действием квазипериодического процесса. Действительно, несмотря на то что каждый участок территории все время находится в состоянии квазипериодического изменения, общее соотношение ПТК, отвечающих различным стадиям процесса, остается постоянным — об этом свидетельствует наличие постоянного (предельного) распределения интервала времени до последней активизации. Таким образом, морфологическая структура территории находится в состоянии динамического равновесия.

Одновременно в результате проведенных исследований показана возможность получения информации о динамических параметрах процесса (распределение периода активизации  $F(x)$  и его статистики) по статическим параметрам; в качестве последних выступают площадные соотношения в морфологической структуре территории ( $f_1(x)$ ). Кроме того, этот же результат показыва-

ет, что длинные ряды мониторинговых наблюдений, которые необходимы для прямого получения распределения периода активизации, могут быть заменены короткими — наблюдениями интервала времени до последней активизации.

Развитая модель может быть использована для прогнозирования времени следующей активизации процесса. Согласно теории процессов восстановления, совместное распределение времени перескока и времени недоскока при значительном времени, прошедшем с начала оползневых процессов на данном участке, дается соотношением

$$P(\gamma_2 \geq y, \gamma_1 \geq a) = \frac{1}{M(\xi)} \int_{a+y}^{+\infty} [1 - F(u)] du. \quad (10)$$

Отсюда нетрудно получить условное распределение  $\gamma_2$  при условии  $a \leq \gamma_1 < a + \Delta a$  (т. е. фактически при условии  $\gamma_1 \approx a$ )

$$P(\gamma_2 < y, a \leq \gamma_1 < a + \Delta a) = 1 - \frac{P(\gamma_2 \geq y, \gamma_1 \geq a) - P(\gamma_2 \geq y, \gamma_1 \geq a + \Delta a)}{P(\gamma_2 \geq 0, \gamma_1 \geq a) - P(\gamma_2 \geq 0, \gamma_1 \geq a + \Delta a)}. \quad (11)$$

Используя соответствующие выражения (10 и 11), получаем *распределение времени до ближайшей активизации оползня*

$$F_2(y|a) \approx 1 - \frac{f_1(a+y)}{f_1(a)} \quad (12)$$

и соответственно плотность распределения

$$f_2(y|a) \approx -\frac{f'_1(a+y)}{f_1(a)}, \quad (13)$$

где  $a$  — время, прошедшее с момента последней активизации оползня.

Определим среднее время до будущей активизации на данном оползне при условии, если известен интервал времени от последней активизации ( $a$ ).

$$M(\gamma_2 | \gamma_1 = a) = - \int_0^{+\infty} y \frac{f'_1(a+y)}{f_1(a)} dy. \quad (14)$$

Выполнив замену переменных в последнем интеграле и интегрируя по частям, получаем

$$M(\gamma_2 | \gamma_1 = a) = -\frac{1}{f_1(a)} \left[ (u-a)f_1(u)|_a^{+\infty} - \int_a^{+\infty} f_1(u) du \right]. \quad (15)$$

И в итоге, учитывая существование конечного математического ожидания  $M(\gamma_1)$ , а значит конечность первого члена, получаем *средний интервал*

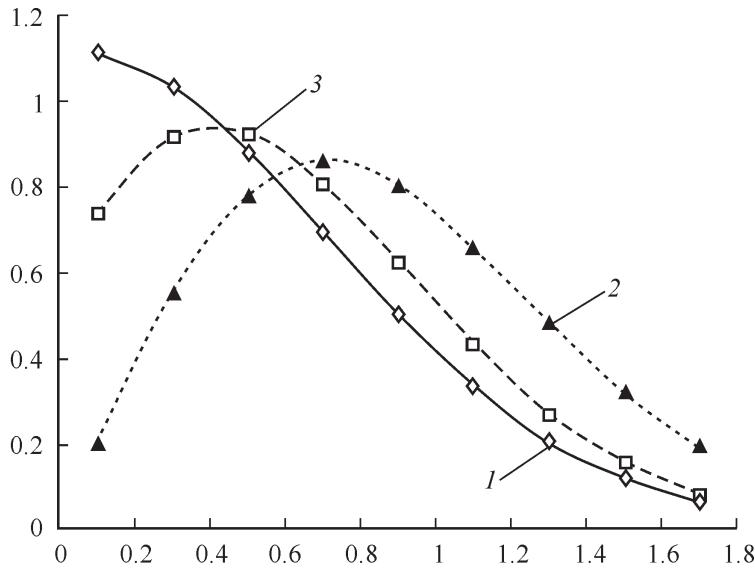


Рис. 2. Пример распределения различных характеристик морфологической структуры ландшафта при квазипериодическом процессе.

1 — распределение интервала времени до последней активизации, 2 — распределение периода активизации, 3 — распределение времени до следующей активизации ( $a = 0.3$ ).

*времени до будущей активизации оползня с временем  $a$  от последней активизации*

$$M(\gamma_2 | \gamma_1 = a) = \frac{1 - F_1(a)}{f_1(a)}. \quad (16)$$

Проиллюстрируем полученную модель на конкретном примере. Пусть получен результат, что интервал времени до последней активизации распределен (рис. 2) по закону

$$f_1(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2}. \quad (17)$$

Тогда распределение периода активизации составляет

$$f(x) = 2xe^{-x^2} \quad (18)$$

со средним значением

$$M(\xi) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad (19)$$

и график его несколько отличается от предыдущего распределения (рис. 2).

Распределение времени следующей активизации данного оползня при условии, что предыдущая произошла  $a$  дней назад, дается выражением

$$f(x|\gamma_1=a)=2(x+a)e^{-x^2-2ax}, \quad (20)$$

среднее время активизации

$$M(\gamma_2|\gamma_1=a)=\sqrt{\pi}[1-\Phi(a)]e^{a^2}, \quad (21)$$

где  $\Phi(a)$  — функция Лапласа. Наивероятнейшее время ближайшей активизации дается выражением

$$x_{\max}=\frac{1}{\sqrt{2}}-a. \quad (22)$$

Настоящий результат представляет собой итог математического анализа модели и конечно требует дальнейшей проверки. Одним из ее элементов может быть проверка того, что плотность распределения интервала времени до последней активизации — всегда убывающая функция. Другим более совершенным вариантом проверки является прямое определение распределения периода активизации по длинным рядам наблюдений и сравнение его с распределением интервала времени до последней активизации.

Очевидно, что в работе не использована природа оползневых процессов. Это означает, что модель пригодна для анализа относительно однородной территории, развивающейся под действием квазипериодического процесса, активизирующегося под действием локальных факторов (например, лавины, сели).

Проведенное исследование позволило получить следующие основные выводы.

1. Один из механизмов возникновения состояния динамического равновесия в развитии морфологических структур (и ландшафта в целом) может быть связан с развитием квазипериодических ландшафтообразующих процессов.

2. Для подобных ландшафтов получены соотношения динамических и статических параметров морфологических структур; эти соотношения позволяют прогнозировать время ближайшей активизации для соответствующих процессов.

3. Для ландшафтов с развитием квазипериодических ландшафтообразующих процессов показана возможность получения информации о динамике процессов по коротким рядам наблюдений.

## Список литературы

- [1] Виноградов Б. В., Попов В. А. Вероятностный прогноз динамики экосистем дельты Амудары // География и природные ресурсы. 1982. № 3.
- [2] Викторов А. С. Модель динамики термокарстово-эрозионных равнин // Сергеевские чтения. Вып. 3. М.: ГЕОС, 2001. С. 351—356.
- [3] Викторов А. С. Модель возрастной дифференциации аллювиальных равнин // Геоэкология. 2007. № 4. С. 34—46.

- [4] Викторов А. С. Основные проблемы математической морфологии ландшафта. М.: Наука, 2006. 252 с.
- [5] Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В. и др. Справочник по теории вероятности и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.
- [6] Куст Г. С. О понятии «гомеостаз» почвенного покрова и его применении в практических почвенных исследованиях // Докл. Междунар. науч. конф. «Пространственное строение почв: теоретич. и прикл. аспекты». СПб., 2007.
- [7] Лейблман М. О. Криогенные склоновые процессы и их геоэкологические последствия в условиях распространения пластовых льдов. Автореф. докт. дис. М., 2005. 48 с.
- [8] Мамай И. И. Динамика и функционирование ландшафтов. М.: Изд-во МГУ, 2005. 138 с.
- [9] Николаев В. А. Классификация и мелкомасштабное картографирование ландшафтов. М.: Изд-во МГУ, 1978. 63 с.

Москва  
vic\_as@mail.ru  
Институт геоэкологии РАН им. Е. М. Сергеева

Поступила в редакцию  
24 июля 2013 г.

*Изв. РГО. 2013. Т. 145. Вып. 6*

© С. Ю. ГРИШИН

## ВОЗДЕЙСТВИЕ ИЗВЕРЖЕНИЙ ВУЛКАНА ШИВЕЛУЧ (КАМЧАТКА) НА РАСТИТЕЛЬНЫЙ ПОКРОВ

Вулкан Шивелуч — один из самых активных вулканов Камчатки. Крупный, мощный андезитовый вулкан за последние 65 000 лет выносит ежегодно ~ 36 млн т вулканических продуктов, являясь в последние тысячелетия вторым по продуктивности вулканом региона [14]. Сильные, особо крупные и гигантские по объему продуктов извержения оказывают мощное, а иногда и катастрофическое воздействие на экосистемы окружающей территории. В значительной степени разрушительное воздействие оказывается на растительный покров — наиболее уязвимый компонент экосистем. В данной статье рассматриваются основные формы воздействия на растительный покров (РП) на примере трех крупнейших извержений, произошедших за последние полвека, а также масштабы поражения и перспективы восстановления растительности. Данные получены в ходе полевых работ, проведенных на вулкане в течение ряда лет, в период 1978—2012 гг. Изучалась растительность южного макросклона вулкана, поскольку именно здесь благодаря строению вулкана происходит наиболее интенсивное воздействие на растительность. Анализ аэрофото- и космофотоснимков разных лет позволил изучить распределение структуры РП и оценить масштабные изменения растительности и ландшафтов, происходящих в результате извержений.

**Природные условия. Строение и активность вулкана.** Вулканическая постройка массива состоит из двух частей: Старого Шивелуча (Главная вершина, 3335 м) и Молодого Шивелуча (Кратерная вершина, 2763 м) [14]. Старый Шивелуч является остатком огромного стратовулкана, который был раз-