

© А. В. БАБКИН, Н. И. СЕМЕЙКИН

МНОГОЛЕТНИЕ КОЛЕБАНИЯ И ДОЛГОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ГОДОВОГО СТОКА Р. НЕВА

Река Нева впадает в Финский залив в черте Санкт-Петербурга. Длина Невы 74 км. Площадь ее бассейна составляет 281 000 км² [7].

Регулярные наблюдения за стоком р. Нева ведутся с 1859 г. на гидрологической станции, расположенной у д. Новосаратовка. Сток испытывает существенные многолетние колебания. Минимальное его значение — 42.26 км³/год отмечалось в 1940 г. Максимум стока вод, равный 115.75 км³/год, зафиксирован в 1924 г.

Изменения стока р. Нева влияют на многие отрасли современного производства Северо-Западного региона и Санкт-Петербурга, связанные с использованием водных ресурсов, включая водный транспорт, рыболовство, туризм, промышленное и коммунально-бытовое водоснабжение.

Актуальной проблемой современной гидрометеорологии является разработка методологии долгосрочного прогнозирования стока рек. При оценке будущих значений гидрологических характеристик следует учитывать периодичности (скрытые гармонические закономерности) в их изменениях [6, 8].

В настоящей работе на основе анализа временного ряда стока р. Нева за период с 1859 по 2005 г. с использованием метода периодичностей [2] выявлены скрытые гармоника в его колебаниях, по ним и их суммам дан его прогноз на 2006—2010 гг. Этот прогноз был проверен на новом независимом материале.

Долгосрочный прогноз стока на год считается оправдавшимся, если разность между его предсказанным и фактическим значениями не превышает 0.674 среднего квадратического отклонения его временного ряда [1]. Качество прогноза на многолетний временной интервал оценивается по сумме оправдавшихся годовых прогнозов, а также по сумме квадратов их ошибок и по средней квадратической ошибке прогнозирования. Успешный долгосрочный прогноз стока должен быть не хуже его предсказания по среднему значению.

Среднее за 1859—2005 гг. значение стока р. Нева равно 78.42 км³/год, среднее квадратическое отклонение — 12.84 км³/год, а допустимая ошибка прогноза — 8.65 км³/год. При прогнозировании стока р. Нева на 2006—2010 гг. по среднему значению его временного ряда верно предсказанными оказались 2 значения. Сумма квадратов ошибок прогноза составила 407.92 (км³/год)², а его средняя квадратическая ошибка (квадратный корень из отношения суммы квадратов ошибок и длины интервала поверочного прогноза) — 9.03 км³/год.

Данные наблюдений стока р. Нева аппроксимировались функцией вида:

$$R = Q_0 + \frac{\delta Q}{2} \sin(\omega t + \varphi) = Q_0 + b \sin \omega t + c \cos \omega t, \quad (1)$$

где R — периодическая функция, аппроксимирующая временной ряд, Q_0 — постоянное значение, около которого она колеблется, t — время. Параметры

b и c связаны с амплитудой δQ и фазой φ синусоиды согласно правилам сложения периодических величин с одинаковой частотой [3]:

$$\delta Q = 2\sqrt{b^2 + c^2}, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{c}{b}. \quad (3)$$

Выражение (1) аппроксимирует ряд наблюдений наилучшим образом, если сумма его квадратических разностей со значениями ряда S_Q наименьшая [4]:

$$S_Q = \sum_1^n (Q_i - R)^2 = \sum_1^n (Q_i - Q_0 - b \sin \omega t_i - c \cos \omega t_i)^2. \quad (4)$$

Здесь Q_i — значение временного ряда стока или уровня озера в год t_i , i — номер года в ряду наблюдений длиной n .

Чтобы определить наилучшую аппроксимирующую синусоиду с заданным периодом, необходимо объединить в систему и приравнять к 0 производные выражения (4) по параметрам Q_0 , b и c :

$$\frac{\partial S_Q}{\partial Q_0} = -2 \sum_1^n (Q_i - Q_0 - b \sin \omega t_i - c \cos \omega t_i) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial S_Q}{\partial b} = -2 \sum_1^n ((Q_i - Q_0 - b \sin \omega t_i - c \cos \omega t_i) \sin \omega t_i) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial S_Q}{\partial c} = -2 \sum_1^n ((Q_i - Q_0 - b \sin \omega t_i - c \cos \omega t_i) \cos \omega t_i) = 0. \quad (7)$$

Решение системы уравнений (5)—(7) с учетом преобразований (2)—(3) позволяет оценить амплитуду, фазу и постоянное значение, около которого колеблется наилучшая аппроксимирующая синусоида для любого периода колебаний T , а также их последовательности. При этом суммы квадратических разностей между аппроксимирующей синусоидой и значениями ряда могут быть рассчитаны по формуле (4).

Проведена аппроксимация временного ряда стока р. Нева синусоидальными функциями последовательно с единичным шагом изменения периода. Результаты аппроксимации представлены в табл. 1, где шаг изменения периода равен разности его значений двух соседних строк.

В зависимости от периода аппроксимации у некоторых гармоник отмечаются минимумы сумм квадратических разностей наилучшей аппроксимирующей синусоиды и временного ряда. Минимум суммы квадратических разностей аппроксимирующей синусоиды и временного ряда в зависимости от ее частоты или периода может рассматриваться как статистический признак периодичности.

В диапазонах длин периодов 23—25 и 44—146 лет от меньших к большим периодам суммы квадратических разностей временного ряда стока р. Нева

Таблица 1

Синусоидальная аппроксимация временного ряда стока р. Нева, 1859—2005 гг.

T , годы	Q_0 , км ³ /год	$\delta Q/2$, км ³ /год	φ , радианы	S_Q , км ³ /год ²
3.0	78.42	1.18	−0.0166	24122.96
4.0	78.42	1.06	3.5213	24141.95
5.0	78.39	3.42	2.8671	23363.61
6.0	78.45	1.88	−1.4528	23971.03
7.0	78.42	1.38	4.3931	24085.64
8.0	78.48	3.62	1.7274	23254.38
9.0	78.44	1.57	1.5440	24044.16
10.0	78.44	1.74	4.3683	24002.87
11.0	78.42	4.35	2.2145	22844.50
12.0	78.43	0.41	4.0623	24212.49
13.0	78.50	3.55	4.4704	23290.14
14.0	78.43	0.41	−0.6182	24212.58
15.0	78.43	1.64	3.9825	24024.56
16.0	78.46	2.37	3.5668	23808.55
17.0	78.40	1.37	2.8091	24085.36
18.0	78.43	1.04	3.6449	24146.27
19.0	78.41	1.28	−0.8017	24103.25
20.0	78.42	2.76	−0.5721	23673.09
21.0	78.42	2.80	3.3001	23650.11
22.0	78.45	2.20	4.6540	23862.86
26.0	78.69	6.48	0.2529	21172.17
27.0	78.81	8.28	−1.3128	19188.90
28.0	78.75	9.23	2.1818	17912.18
29.0	78.53	9.38	4.5441	17733.14
30.0	78.27	8.81	−0.3812	18564.65
31.0	78.11	7.63	0.0997	200028.02
39.0	78.31	2.02	1.1147	23937.22
40.0	78.26	2.21	2.6188	23882.13
41.0	78.24	2.24	3.6988	23867.37
42.0	78.23	2.18	4.3919	23881.89
43.0	78.25	2.07	−1.5552	23910.04
147.0	78.42	3.53	2.3166	23307.60
148.0	78.42	3.52	2.8731	23307.33
149.0	78.43	3.51	3.4221	23307.31
150.0	78.43	3.50	3.9639	23307.54
151.0	78.43	3.49	4.4984	23307.99

монотонно уменьшаются, а в диапазоне 32—38 лет — увеличиваются. Поскольку при монотонном изменении у сумм квадратических разностей не было минимумов, с целью экономии места параметры их синусоид в табл. 1 не приводятся.

Всего оказались выявленными 10 синусоид с минимумами сумм квадратов разностей с временными рядами. Периоды выявленных синусоид в по-

Таблица 2

**Скрытые гармоники в колебаниях стока р. Нева, 1859—2005 гг.
и результаты его поверочного прогнозирования на 2006—2010 гг.**

T , годы	ρ_1	ρ_2	N_1	S_1 , км ³ /год ²	σ_{Π} , км ³ /год	N_2	S_2 , км ³ /год ²	σ_{Π} , км ³ /год	Index
29.0	0.518		3	275.62	7.42				1
11.0	0.239	0.572	3	306.80	7.83	4	276.07	7.43	2
8.0	0.200	0.601	2	410.05	9.06	4	181.21	6.02	3
13.0	0.196	0.625	4	295.11	7.68	5	68.34	3.70	4
149.0	0.195	0.655	2	380.80	8.73	5	54.91	3.31	5
5.0	0.189	0.684	4	249.57	7.07	5	21.31	2.06	6
21.0	0.154	0.705	2	322.74	8.03	5	11.40	1.51	7
16.0	0.131	0.711	2	302.46	7.78	5	26.50	2.30	8
41.0	0.122	0.709	2	476.35	9.76	5	14.13	1.68	9
3.0	0.065	0.712	2	407.63	9.03	5	24.50	2.21	10

рядке уменьшения их корреляционного отношения с рядом стока ρ_1 представлены в табл. 2. По этим синусоидам оценивался сток на 2006—2010 гг. В табл. 2 N_1 — числа оправдавшихся прогнозов, рассчитанных по этим отдельным синусоидам, S_1 — суммы квадратов ошибок этих прогнозов, σ_{Π} — их средние квадратические ошибки.

По синусоиде с периодом 41 год прогноз получился хуже, чем по среднему значению. По этой синусоиде, как и по среднему значению, сток р. Нева оказался предсказанным верно 2 раза. Средняя квадратическая ошибка прогнозирования составила 9.76 км³/год, что несколько больше этой ошибки при расчетах по среднему значению.

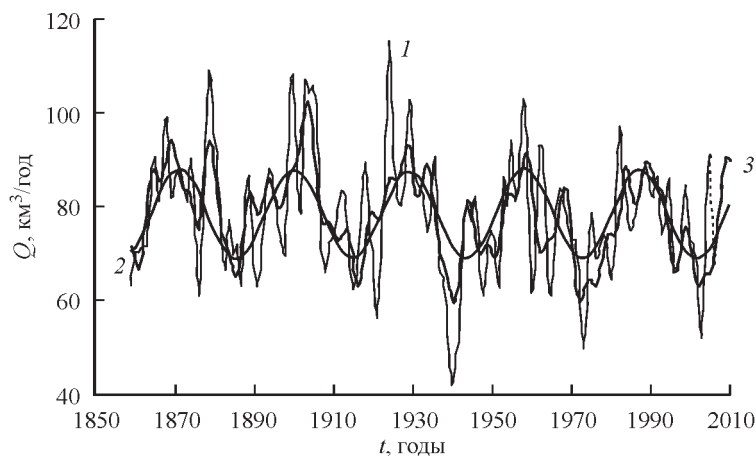
Результаты прогнозов по синусоидам с периодами 3 года и 8 лет примерно такие же, что и по среднему значению. Оправдалось по два прогноза, средние квадратические ошибки этих прогнозов практически равны этой ошибке прогностических расчетов по среднему значению.

Прогнозы по всем остальным синусоидам оказались лучше, чем по среднему значению. Наилучшие результаты прогнозов получены по синусоидам с периодами 13 и 5 лет. При расчетах по этим гармоникам прогнозы оправдались по 4 раза. Средние квадратические ошибки прогностических расчетов по синусоидам с периодами 13 и 5 лет составили соответственно 7.68 и 7.07 км³/год.

При расчетах стока по синусоиде с периодом, равным 29 годам, средняя квадратическая ошибка прогнозирования составила 7.42 км³/год. Прогноз по гармонике с 29-летним периодом оправдался 3 раза.

Сложение выявленных синусоид производилось последовательно в порядке уменьшения их корреляционного отношения с временным рядом стока (согласно увеличению значения индекса). В табл. 2 ρ_2 — корреляционное отношение каждой из сумм синусоид и ряда стока р. Нева, N_2 — число оправдавшихся по этим суммам прогнозов, S_2 — суммы квадратов их ошибок, σ_{Π} — средние квадратические ошибки прогнозирования.

При сложении выявленных синусоид корреляционное отношение их сумм и временного ряда стока р. Нева последовательно возрастало до прибавления



Колебания стока р. Нарва—д. Новосаратовка.

1 — данные наблюдений (пунктирная линия — поверочный участок 2006—2010 гг.), 2 — синусоида с периодом 29 лет, 3 — сумма синусоид с периодами 29, 11, 8, 13, 149, 5 лет и 21 год.

9-й гармоники с периодом 41 год. После добавления в сумму 7-й синусоиды с периодом 21 год ее корреляционное отношение с временным рядом превысило 0.700.

При прибавлении к синусоиде с периодом 29 лет 11-летней гармоники, а затем при включении в эту сумму синусоиды с периодом 8 лет число оправдавшихся прогнозов увеличилось с 3 до 4. При добавлении в сумму синусоид с длинами периодов 29, 11 и 8 лет 13-летней гармоники, а затем и всех остальных синусоид получено, что прогнозы на 2006—2010 гг. оправдались за каждый год.

Сумма квадратов ошибок и средняя квадратическая ошибка прогнозирования по сумме 29- и 11-летних синусоид оказались соответственно несколько выше суммы квадратов ошибок и средней квадратической ошибки прогноза по 29-летней синусоиде. Затем при добавлении в эту сумму других синусоид в порядке увеличения их индекса до 7-й, 21-летней гармоники, чья корреляция с рядом стока примерно равна 0.15, сумма квадратов ошибок прогнозирования и средняя квадратическая ошибка последовательно уменьшались. При последовательном добавлении в сумму синусоид остальных гармоник сумма квадратов ошибок и средняя квадратическая ошибка прогноза соответственно несколько увеличиваются и испытывают колебания.

На рисунке представлены временной ряд стока р. Нева, аппроксимирующая его синусоида с периодом 29 лет и сумма синусоид с периодами 29, 11, 8, 13, 149, 5 лет и 21 год. Синусоида с периодом 29 лет хорошо отражает чередование групп лет повышенной и низкой водности р. Нева, а сумма всех синусоид — многолетние колебания ее стока. Корреляция суммы этих синусоид с рядом превышает 70 %, многие ее максимумы и минимумы приходятся на те же самые годы, что и соответствующие экстремумы стока.

В табл. 3 представлены результаты независимого прогнозирования стока р. Нева на период 2006—2010 гг. по сумме синусоид с периодами 29, 11, 8, 13, 149, 5 лет и 21 год. В этой таблице во втором столбце приводятся фактические значения стока р. Нева, в третьем столбце — значения стока, рассчитанные по сумме синусоид с указанными периодами. Разности спрогнозиро-

Таблица 3

**Фактические и расчетные значения стока вод р. Нева
на интервале поверочного прогнозирования 2006—2010 гг.**

<i>t</i> , годы	$Q_{\text{ф}}$, км ³ /год	$Q_{\text{сумм}}$, км ³ /год	$Q_{\text{сумм}} - Q_{\text{ф}}$, км ³ /год	$Q_{\text{ф}} - Q_{\text{ср}}$, км ³ /год
2006	67.50	67.66	0.16	–10.92
2007	75.07	74.58	–0.49	–3.35
2008	81.06	84.37	3.31	2.64
2009	90.20	90.44	0.24	11.78
2010	89.89	89.58	–0.31	11.47

ванного и фактического значений стока рассчитаны в четвертом столбце. В пятом столбце приведены результаты расчетов отклонений стока вод р. Нева от его среднего значения за 1859—2005 гг.

Наименьший модуль разности фактического и спрогнозированного значений стока отмечается в 2006 г., а наибольший — в 2008 г. Наибольшие отклонения стока вод р. Нева от среднего многолетнего значения приходятся на 2009—2010 гг.

Таким образом, поскольку при расчетах значений стока р. Нева на 2006—2010 гг. по сумме выявленных синусоид прогноз по каждому году оправдался, а средняя квадратическая ошибка прогнозирования оказалась довольно мала, этот поверочный прогноз следует считать весьма успешным.

Список литературы

- [1] Аполлов Б. А., Калинин Г. П., Комаров В. Д. Курс гидрологических прогнозов. Л.: Гидрометеиздат, 1974. 419 с.
- [2] Бабкин А. В. Усовершенствованная модель оценки периодичности изменений уровня и элементов водного баланса Каспийского моря // Метеорология и гидрология. 2005. № 11. С. 63—73.
- [3] Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М.: Наука, 1967. 608 с.
- [4] Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов. М.: Наука, 1962. 350 с.
- [5] Саруханян Э. И., Смирнов Н. П. Многолетние колебания стока Волги. Л.: Гидрометеиздат, 1971. 168 с.
- [6] Сикан А. В. Исследование многолетних колебаний уровня Ладожского озера. Материалы итоговой сессии Ученого совета РГГМУ. СПб.: Концепт, 2002. С. 103—104.
- [7] Соколов А. А. Гидрография СССР. Л.: Гидрометеорологическое изд-во, 1952. 472 с.
- [8] Шлямин Б. А. Сверхдолгосрочный прогноз уровня Каспийского моря // Изв. ВГО. 1962. Т. 94, вып. 1. С. 26—33.

Санкт-Петербург
 Abav@mail.ru
 Semeykin_88@mail.ru
 Российский государственный гидрометеорологический университет

Поступило в редакцию
 9 ноября 2013 г.